

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH



HCMUTE

NGUYỄN HOÀNG PHƯƠNG

NGHIÊN CỨU CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐA TỈ LỆ

KẾT CẤU TẮM KHÔNG ĐỒNG NHẤT

NGÀNH: CƠ KỸ THUẬT - 62520101

Hướng dẫn khoa học:

1. PGS.TS. Lê Văn Cảnh
2. PGS.TS. Nguyễn Trung Kiên

phản biện 1:

phản biện 2:

phản biện 3:

Hồ Chí Minh - 2020

Tóm tắt

Luận án trình bày các phương pháp đa tỉ lệ cho kết cấu tấm không đồng nhất. Nội dung nghiên cứu được chia thành năm phần bao gồm phương pháp đa tỉ lệ trong miền đàn hồi cho kết cấu tấm phẳng, kết cấu ba chiều, kết cấu tấm phẳng chịu uốn và phương pháp đa tỉ lệ ngoài miền đàn hồi bao gồm vật liệu tuân theo tiêu chuẩn Hill và Tsai-wu.

Đối với nghiên cứu trong miền đàn hồi, biến dạng tại một điểm vật liệu thuộc cấp độ vĩ mô được chuyển về điều kiện biên động học cho phần tử đại diện của cấp độ vi mô. Trường chuyển vị tổng của bài toán vi mô được xấp xỉ hóa bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Điều kiện biên tuần hoàn và tuyến tính được áp đặt thông qua mối liên hệ của chuyển vị tại các nút đối xứng và chuyển vị tại các nút góc. Phương pháp rút gọn bậc tự do được sử dụng nhằm khử đi các bậc tự do phụ thuộc trong điều kiện biên. Kỹ thuật đồng nhất hóa hay trung bình thể tích phần tử đại diện được thực hiện nhằm xác định được các thông số của ma trận hằng số vật liệu. Qua đó, các hằng số vật liệu hữu hiệu được xác định dựa trên ma trận hằng số vật liệu hữu hiệu. Các nghiên cứu được thực hiện cho kết cấu tấm phẳng với lực nằm trong mặt phẳng tấm và được khái quát cho kết cấu tấm ba chiều với phần tử đại diện ba chiều và cuối cùng là rút gọn về kết cấu tấm phẳng chịu uốn khi lực tác dụng vuông góc với mặt phẳng tấm.

Đối với nghiên cứu ngoài miền đàn hồi, bài toán phân tích giới hạn cho phần tử đại diện vi mô được thực hiện nhằm xác định được các ứng suất giới hạn tại điểm vật liệu của cấp độ vĩ mô. Bài toán phân tích giới hạn được triển khai dưới dạng bài toán tối ưu hóa với hàm mục tiêu là năng lượng tiêu tán dẻo và các ràng buộc, như là điều kiện tương thích, điều kiện chuẩn hóa tổng công ngoại, điều kiện biên tuần hoàn và điều kiện trung bình hóa biến dạng cấp độ vi mô. Hàm mục tiêu, năng lượng tiêu tán dẻo, được xây dựng thông qua luật chảy dẻo kết hợp nhằm chuyển về hàm theo biến dạng. Hai tiêu chuẩn dẻo được xem xét trong nghiên cứu là tiêu chuẩn dẻo Hill (dạng tổng quát cho vật liệu dị hướng có khả năng chịu kéo khác khả năng chịu nén theo từng phương chịu lực $\Sigma_{Ytx} = \Sigma_{Yty} \neq \Sigma_{Ycx} = \Sigma_{Ycy}$) và tiêu chuẩn Tsai-Wu (dạng tổng quát cho vật liệu có khả năng chịu kéo khác khả năng chịu nén theo mỗi phương chịu lực $\Sigma_{Ytx} \neq \Sigma_{Yty} \neq \Sigma_{Ycx} \neq \Sigma_{Ycy}$). Miền cường độ, miền ứng suất giới hạn, được xác định thông qua tập hợp các nghiệm của bài toán phân tích giới hạn cấp độ vi mô ứng với mỗi trường hợp ứng suất. Các hệ số của hàm tiêu chuẩn dẻo hữu hiệu dạng tiêu chuẩn dẻo Hill và Tsai-Wu được ước lượng thông qua kỹ thuật bình phương cực tiểu.

Abstract

This thesis presents the multiscale methods for inhomogenized plate. The thesis's content is divided into five sections that include the multiscale modelling in elastic for the flat plate, three dimension Plate, bending plate and the multiscale modelling in inelastic for the materials, which has yield function in the form of Hill's criterion or Tsai-Wu's criterion.

For elastic multiscale modelling, the strain at a point of macro scale can be transferred to be the kinematic boundary conditions in Representative volume element of micro scale problem. The total displacement in micro scale is discretized by finite element method. The periodic boundary condition and linear boundary condition are applied in the relationship between the displacement at two symmetric edge and the displacement at the corners. The condensation technique is used to eliminate the independent freedom in this condition. The homogenization method or average volume representation is implemented to determine the parameters of the material constant matrix. Thereby, the effective material constants are determined from the effective material constant matrix. Three types in RVE problems are done for the flat plate, three dimension plate and the bending plate.

For inelastic multiscale modelling, limit analysis for micro representative volume Element is performed to determine limited stresses at a material point of the macro level. The limited analysis is implemented as an optimization algorithm with an objective function, the dissipation energy, and constraints such as total external work, compatibility, periodic condition on boundary and the average strain over all micro level. The objective, the dissipation energy, is established by applying the flow rule to transfer into the function of strain. There are two criteria such as Hill's criterion (the general formulation for anisotropic materials, which tensile strength is different from compressive strength on a direction $\Sigma_{Ytx} = \Sigma_{Yty} \neq \Sigma_{Ycx} = \Sigma_{Ycy}$) and Tsai-Wu's criterion (the general formulation for anisotropic materials, which tensile strength is different from compressive strength on each direction $\Sigma_{Ytx} \neq \Sigma_{Yty} \neq \Sigma_{Ycx} \neq \Sigma_{Ycy}$). The domain of strength, a set of limited stress cases, is defined as a set of solutions from micro optimized problems with spectacular stress case.

Chương 1

Bài toán đa tỉ lệ đàn hồi với phần tử đại diện tấm phẳng hai chiều

1.1 Giới thiệu

Trong chương này, các hằng số vật liệu hữu hiệu của các loại vật liệu khác nhau, như là vật liệu cốt sợi chữ nhật, vật liệu cốt sợi tròn, vật liệu lỗ rỗng tròn, vật liệu có cơ lý biến thiên và vật liệu đa tinh thể dị hướng được xác định thông qua kỹ thuật đồng nhất trong bài toán tấm phẳng vi mô. Hai điều kiện biên được xem xét là biên tuần hoàn và biên tuyến tính. Kết quả thu được sẽ được so sánh với các nghiên cứu giải tích và mô phỏng số khác.

1.2 Điều kiện biên trong bài toán tấm phẳng vi mô đàn hồi

Khi sử dụng điều kiện biên tuyến tính, các chuyển vị biến thiên bằng 0 trên biên phần tử đại diện.

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{Bmatrix} = \{\mathbf{0}\} \quad \text{trên } \Gamma_d \quad (1.2.1)$$

Khi sử dụng điều kiện biên tuần hoàn

$$u_{\text{trên}} - u_{\text{dưới}} = u^4 - u^1 \quad (1.2.2a)$$

$$v_{\text{trên}} - v_{\text{dưới}} = v^4 - v^1 \quad (1.2.2b)$$

$$u_{\text{phải}} - u_{\text{trái}} = u^2 - u^1 \quad (1.2.2c)$$

$$v_{\text{phải}} - v_{\text{trái}} = v^2 - v^1 \quad (1.2.2d)$$

Với \mathbf{u}^i , \mathbf{v}^i lần lượt là chuyển vị tại các nút góc thứ i của phần tử đại diện RVE Phương trình mỗi liên hệ tuần hoàn được viết lại dưới dạng ma trận

$$\mathbf{Cu} = \mathbf{0} \quad (1.2.3)$$

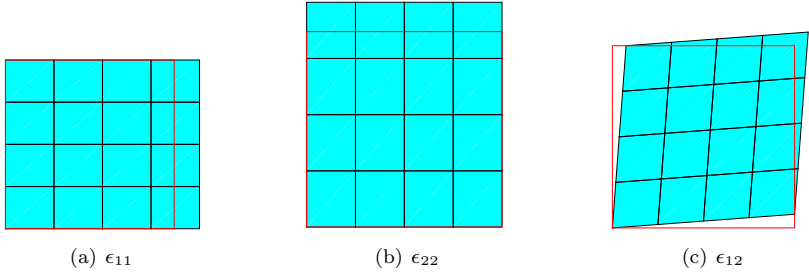
1.3 Kỹ thuật đồng nhất hoá bài toán tấm phẳng vi mô

Ma trận hằng số vật liệu hữu hiệu được xác định

$$\mathbf{D}_M = \frac{1}{V} \mathbf{T}_P^T \mathbf{K}_{bb}^* \mathbf{T}_P \quad (1.3.4)$$

1.4 Các mode chuyển vị của bài toán tấm phẳng

Chuyển vị tương ứng trong bài toán phần tử đại diện của tấm phẳng chịu kéo nén như sau



Hình 1.1: Các mode chuyển vị tấm phẳng với các biến dạng từ cấp độ vĩ mô.

1.5 Ví dụ số tấm phẳng vi mô

Trong các cấu kiện thực tế, cốt sợi gia cường được trộn vào các cấu kiện tấm nhằm cải thiện khả năng chịu lực của kết cấu. Vì vậy, phần ví dụ số này sẽ xem xét ảnh hưởng của hai trường hợp cốt sợi ngắn (từng sợi ngắn riêng rẽ) và cốt sợi dài (các sợi dài xuyên suốt cấu kiện) đến ứng xử của kết cấu. Qua đó, đánh giá sự hiệu quả của hai phương pháp khi thêm cốt sợi này vào kết cấu tấm phẳng chịu kéo nén. Hai mẫu RVE được xem xét là mẫu cốt sợi dài và mẫu cốt sợi ngắn như hình vẽ. Mẫu RVE hình vuông có chiều dài là 1 đơn vị. Trong hình 1.2(a) là mẫu cốt sợi ngắn với phần màu đỏ là cốt sợi borbon có tiết diện hình chữ nhật 0.25×0.75 . Trong hình 1.2(b) là mẫu cốt sợi dài màu đỏ là sợi boron có tiết diện hình chữ nhật 0.5×1 . Các thông số vật liệu bao gồm vật liệu nền (aluminum) và cốt sợi (boron) như sau:

Sợi Boron:

Mô đun đàn hồi Young : $E_{Bo} = 400$ GPa.

Hệ số poisson : $\nu_{Bo} = 0.2$

Vật liệu nền aluminum:

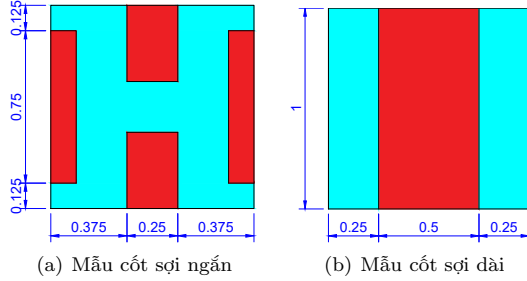
Mô đun đàn hồi Young $E_{Al} : 72.5$ GPa.

Hệ số poisson $\nu_{Al} : 0.33$

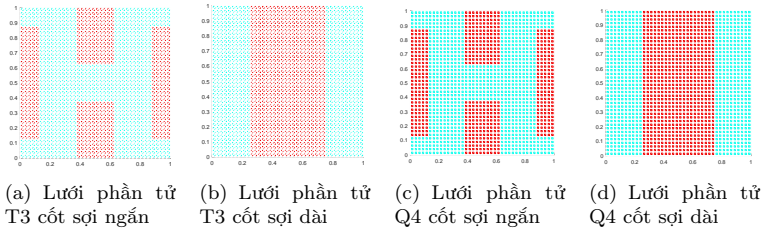
Biến dạng của cấp độ vi mô được truyền vào bài toán cấp độ vi mô theo [1].

$$\bar{\epsilon} = [\bar{\epsilon}_{11} \quad \bar{\epsilon}_{22} \quad \bar{\epsilon}_{12}] = [0.001 \quad 0.001 \quad 0.0034] \quad (1.5.5)$$

Kích thước của mẫu vật liệu không đồng nhất bao gồm hai pha vật liệu được thể hiện trên hình 1.2. Thể tích thành phần phần cốt sợi là 0.375 (cốt sợi ngắn) và 0.5 (cốt sợi dài). Lưới phần tử được thực hiện như hình 1.3 bao gồm 1600 phần tử Q4 và 3200 phần tử T3. Kết quả thu được bao gồm các hệ số mô đun đàn hồi hữu hiệu, trường chuyển vị và ứng suất của cấu trúc vi mô với hai điều



Hình 1.2: Mẫu RVE vật liệu gia cường cốt sợi ngắn và cốt sợi dài.



Hình 1.3: Lưới phần tử hữu hạn của vật liệu cốt sợi ngắn và cốt sợi dài.

kiện biên (điều kiện biên tuyến tính và điều kiện biên tuần hoàn). Hai trường hợp đều được so sánh với kết quả của nghiên cứu bởi của Fish và Wagiman [2] và nghiên cứu khác được thực hiện bởi Ghosh và các cộng sự [3] với phần tử VCFEM (Voronoi Cell Finite Element method). Khi xem xét với phần tử Q4 đã cho kết quả trùng khớp với [2]. Bên cạnh đó, sự khác biệt khá lớn về khả năng kháng trượt giữa kết quả khi sử dụng biên tuyến tính và biên tuần hoàn được thể hiện rõ.

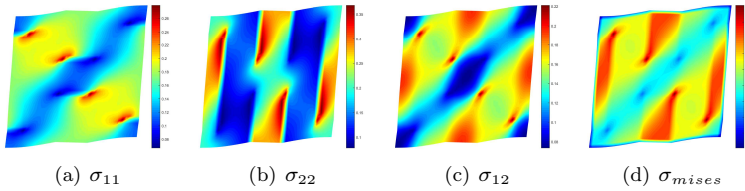
Bảng 1.1: Thông số mô đun đàn hồi hữu hiệu cho vật liệu cốt sợi ngắn.

	D_{11}	D_{22}	D_{12}	D_{33}	E_{11}	E_{22}	ν_{12}	ν_{21}
Biên tuyến tính-T3	127.84	168.54	34.79	46.63	120.66	159.08	0.206	0.272
Biên tuyến tính-Q4	127.39	168.02	34.84	46.47	120.16	158.49	0.207	0.274
Biên tuần hoàn-T3	122.59	151.64	36.10	42.14	114.00	141.01	0.238	0.294
Biên tuần hoàn-Q4	122.40	151.24	36.23	42.10	113.72	140.52	0.240	0.296
VCFEM (Ghosh [3])	118.81	139.76	38.05	42.44	-	-	-	-
HOMO2D (Ghosh [3])	122.40	151.20	36.23	42.10	-	-	-	-
Fish và Wagiman [2]	122.46	151.35	36.19	42.11	-	-	-	-

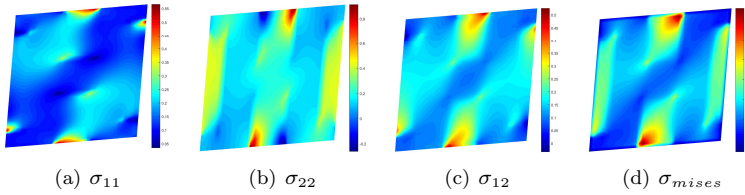
Trong bảng 1.1, trường hợp cốt sợi ngắn thì khi xem xét biên tuần hoàn thì đem lại kết quả hầu như tương đồng với kết quả [2] với sai số rất bé [D_{11} (0.05%)

Bảng 1.2: Thông số mô đun đàn hồi hữu hiệu cho vật liệu cốt sợi dài.

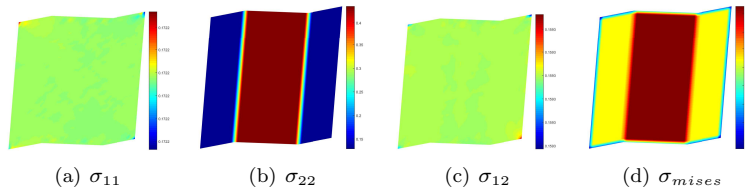
	D_{11}	D_{22}	D_{12}	D_{33}	E_{11}	E_{22}	ν_{12}	ν_{21}
Biên tuyến tính T3	153.065	246.291	38.928	65.719	146.91	236.39	0.158	0.254
Biên tuyến tính Q4	152.674	246.280	38.862	65.594	146.54	236.39	0.158	0.255
Biên tuần hoàn T3	136.137	245.810	36.076	46.850	130.84	236.25	0.147	0.265
Biên tuần hoàn Q4	136.137	245.810	36.076	46.850	130.84	236.25	0.147	0.265
VCFEM (Ghosh [3])	136.137	245.810	36.076	46.850	-	-	-	-
HOMO2D (Ghosh [3])	136.100	245.800	36.080	46.850	-	-	-	-
Fish và Wagiman [2]	136.147	245.810	36.076	46.850	-	-	-	-



Hình 1.4: Ứng suất RVE cốt sợi ngắn với điều kiện biên tuần hoàn.

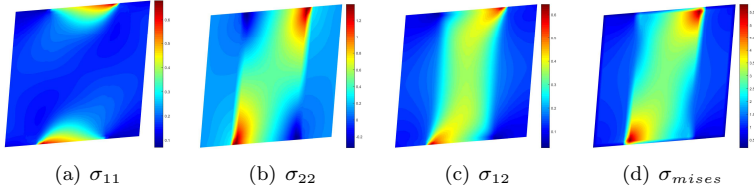


Hình 1.5: Ứng suất RVE cốt sợi ngắn với điều kiện biên tuyến tính.



Hình 1.6: Ứng suất RVE cốt sợi dài với điều kiện biên tuần hoàn.

$D_{22}(0.07\%)$ $D_{12}(0.1\%)$ $D_{33}(0.03\%)$]. Khi so sánh giữa kết quả bài toán khi sử dụng hai phần tử T3 và Q4 khác biệt khá nhỏ (0.1%). So sánh kết quả bài toán khi sử dụng hai điều kiện biên tuyến tính và điều kiện biên tuần hoàn phần tử



Hình 1.7: Ứng suất RVE cốt sợi dài với điều kiện biên tuần hoàn.

Q4 thì có sự khác biệt tương đối về cường độ kháng trượt (10.38%). Trong bảng 1.2, trường hợp vật liệu cốt sợi dài thì sai số lớn nhất khi sử dụng phần tử Q4 là 0.01 % và hầu như không có sự khác biệt khi xem xét kết quả phần tử T3 và Q4 khi xem xét với điều kiện biên tuần hoàn. Đối với kết quả điều kiện biên tuyến tính thì chênh lệch lớn nhất là 0.26 %.

Bảng 1.3: Bảng thông số vật liệu hữu hiệu của mô hình cốt sợi ngắn.

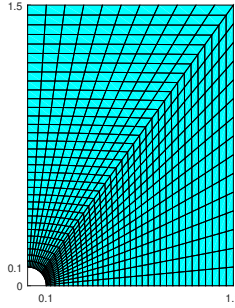
	K_{eff}	G_{eff}	K_V	K_R	G_V	G_R
Biên tuyến tính T3	81.314	46.631				
Biên tuyến tính Q4	81.115	46.468				
Biên tuần hoàn T3	79.344	42.139	127.565	76.618	79.535	39.712
Biên tuần hoàn Q4	79.313	42.097				

Bảng 1.4: Bảng thông số vật liệu hữu hiệu của mô hình cốt sợi dài.

	K_{eff}	G_{eff}	K_V	K_R	G_V	G_R
Biên tuyến tính T3	95.997	65.719				
Biên tuyến tính Q4	95.768	65.594				
Biên tuần hoàn T3	86.107	46.850	152.052	88.957	96.961	46.850
Biên tuần hoàn Q4	86.107	46.850				

Trong bảng 1.3 thể hiện sự khác biệt giữa các thông số vật liệu hữu hiệu khi sử dụng điều kiện biên tuyến tính và điều kiện biên tuần hoàn. Khi xem xét mô đun đàn hồi khối hữu hiệu K_{eff} chênh lệch khá nhỏ (2.27%), trường hợp mô đun kháng trượt hữu hiệu G_{eff} chênh lệch khá lớn (10.38%), đối với mô đun đàn hồi hữu hiệu E_{eff} chênh lệch tương đối nhỏ (5.67%) và đối với hệ số nở hông hữu hiệu ν_{eff} chênh lệch khá lớn (13.43 %). Điều này có thể giải thích do biên tuần hoàn có sự thay đổi đa dạng hơn và mềm hơn khi so sánh với biên tuyến tính. Trong bảng 1.4 thì chênh lệch giữa biên tuần hoàn và biên tuyến tính. Đối với mô đun khối hữu hiệu K_{eff} chênh lệch khá lớn (11.22%), đối với mô đun kháng trượt hữu hiệu G_{eff} chênh lệch lớn (40.02%), đối với mô đun đàn hồi hữu hiệu E_{eff} khá lớn (12%) và đối với hệ số nở hông hữu hiệu ν_{eff} chênh lệch khá lớn (7.52%). Qua đó, các hằng số vật liệu đã được tính toán thông qua kỹ thuật đồng nhất hoá. Sự chênh lệch là tương đối lớn tùy theo cách bố trí và hình dạng

của cốt liệu. Việc lựa chọn điều kiện biên áp dụng cho bài toán vật liệu cấp độ vĩ mô đóng vai trò quan trọng. Qua đó, điều kiện biên tuần hoàn đã thể hiện ưu thế khi so sánh với nghiên cứu Fish [2].



Hình 1.8: Lưới phần tử của bài toán cấp độ vĩ mô: tấm có lỗ tròn

Khi xem xét ảnh hưởng của phương pháp đến kết cấu tấm có lỗ đều. Bài toán kết cấu tấm hỗn hợp với hình dạng tấm tròn có lỗ ở giữa chịu kéo dọc. Bài toán có tính đối xứng về hình học và tải trọng nên ta mô hình một phần tử tấm với điều kiện đối xứng trục được thể hiện như hình 1.8. Trường ứng suất của cấp độ bài toán vĩ mô được thể hiện trong hình 1.9 (bài toán cốt sợi ngắn) và hình 1.10 (bài toán cốt sợi dài).

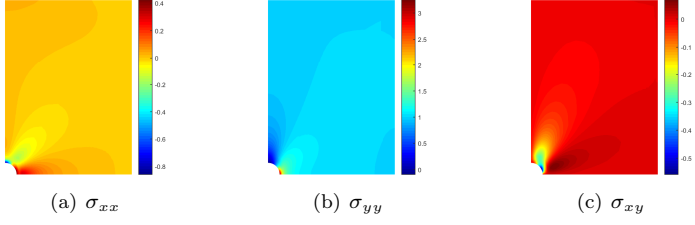
Bảng 1.5: Ứng suất tại điểm mép lỗ tròn trong bài toán cấp độ vĩ mô.

	σ_{11}	σ_{22}	σ_{12}
Cốt sợi dài	0.32410	3.58450	-0.00680
Cốt sợi dài (VCFEM)	0.13191	3.7152	-0.07185
Cốt sợi dài (HOMO2D)	0.13191	3.7152	-0.07185
Cốt sợi ngắn	0.38720	3.2502	-0.00790
Cốt sợi ngắn (VCFEM)	0.13314	3.1950	-0.06965
Cốt sợi ngắn (HOMO2D)	0.13317	3.2874	-0.07000

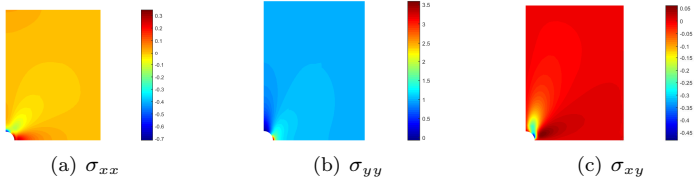
Với trường hợp cốt sợi ngắn, ứng suất tập trung σ_{22} lớn nhất tại điểm A chênh lệch khá nhỏ (1.73% so với kết quả VCFEM [3] hay 1.13% so với kết quả HOMO2D[3] theo bảng 1.5. Với trường hợp cốt sợi dài, ứng suất tập trung σ_{22} lớn nhất tại điểm A chênh lệch khá nhỏ (3.52% so với kết quả VCFEM [3]). Bên cạnh đó, vùng tập trung ứng suất quanh lỗ được thể hiện trong hình 1.9 với cốt liệu sợi ngắn và hình 1.10 với cốt liệu sợi dài.

1.6 Kết luận bài toán tấm phẳng vĩ mô trong miền đàn hồi

Trong chương này, kỹ thuật đồng nhất hóa được xây dựng cho bài toán phần tử đại diện tấm phẳng trong miền đàn hồi. Qua đó, các hằng số vật liệu hữu



Hình 1.9: Ứng suất của tấm vĩ mô có lỗ tròn cho vật liệu cốt sợi ngắn.



Hình 1.10: Ứng suất của tấm vĩ mô có lỗ tròn cho vật liệu cốt sợi dài.

hiệu được xác định với các dạng vật liệu có cấu trúc tuần hoàn (vật liệu cốt sợi hình chữ nhật, vật liệu cốt sợi hình tròn, vật liệu có lỗ rỗng tròn) và các vật liệu phân bố ngẫu nhiên (vật liệu có cơ lý biến thiên FGM và vật liệu đa tinh thể dị hướng). Đối với vật liệu có cấu trúc tuần hoàn, các hằng số mô đun đàn hồi hữu hiệu E_{eff} , hệ số nở hông hữu hiệu ν_{eff} , mô đun đàn hồi khối K_{eff} và mô đun đàn hồi kháng trượt G_{eff} được tính toán thông qua kỹ thuật trung bình hoá thể tích phần tử đại diện (RVE). Các kết quả đạt được tương đồng với các nghiên cứu giải tích và phương pháp số FE². Đối với các vật liệu có phân bố ngẫu nhiên theo qui luật (Vật liệu có cơ lý biến thiên FGM) và vật liệu phân bố ngẫu nhiên hoàn toàn (vật liệu đa tinh thể dị hướng) thì các thông số vật liệu hữu hiệu này được thể hiện sự phân bố các trường hợp ngẫu nhiên và được trung bình theo thống kê. Một lưu ý cần xem xét khi lựa chọn tỷ lệ giữa kích thước của phần tử đại diện và kích thước của các pha vật liệu bên trong. Khi tỷ lệ này nhỏ, mặc dù từng loại vật liệu nên được xem như đồng nhất và đẳng hướng, nhưng vật liệu được đồng nhất hóa có thể là được xem như đồng nhất nhưng dị hướng. Khi tỷ lệ này đủ lớn, sự phân bố các pha vật liệu ảnh hưởng không đáng kể về các hằng số hữu hiệu nên có thể xem như vật liệu đồng nhất và đẳng hướng như các hướng tiếp cận lý thuyết.

Chương 2

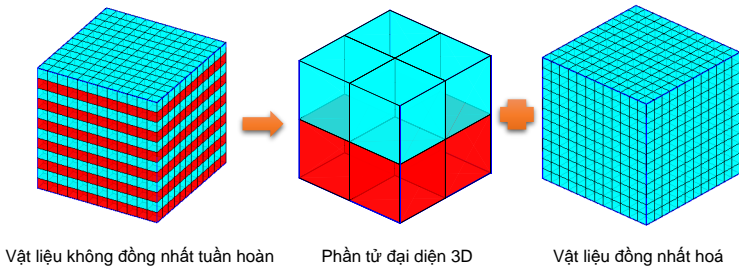
Bài toán đa tỉ lệ đàn hồi với phần tử đại diện 3D

2.1 Giới thiệu

Trong chương này, mô hình phần tử đại diện ba chiều được trình bày. Điều kiện biên tuần hoàn được áp đặt trên sáu mặt đối xứng. Bên cạnh đó, biến dạng cong κ_M của cấp độ vĩ mô được chuyển thành điều kiện biên chuyển vị cưỡng bức cho phần tử đại diện ba chiều. Các thông số đàn hồi hữu hiệu của vật liệu không đồng nhất và bất đẳng hướng được xác định thông qua kỹ thuật đồng nhất hóa cho mô hình phần tử đại diện.

2.2 Phần tử đại diện không gian 3D

Việc xem xét một khối vật thể ba chiều không đồng nhất liên tục $\Omega \in V^3$ được thay thế bằng một khối đồng nhất liên tục $\Omega_M \in V^3$ tương đương và tại mỗi điểm vật liệu sẽ có một kết cấu vi mô không đồng nhất $\Omega_m \in V^3$ kèm theo như hình 2.1.



Hình 2.1: Phương pháp đa tỉ lệ với phần tử đại diện 3D

2.3 Điều kiện biên bài toán phần tử đại diện 3D

Chuyển vị của nút ở góc được xác định như sau

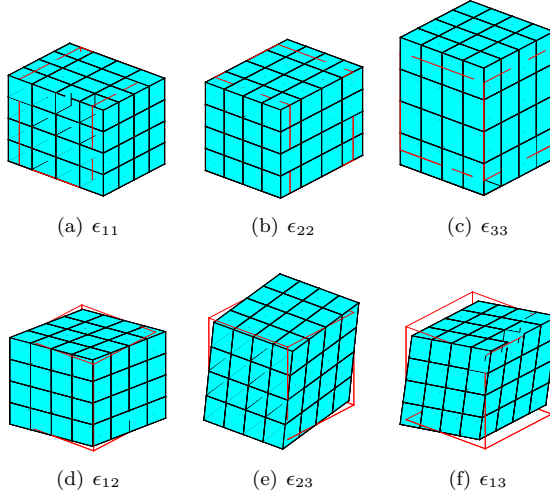
$$\bar{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & 0 & 0.5 \times X_2 & 0 & 0.5 \times X_3 \\ 0 & X_2 & 0 & 0.5 \times X_1 & 0.5 \times X_3 & 0 \\ 0 & 0 & X_3 & 0 & 0.5 \times X_2 & 0.5 \times X_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_P^i \bar{\epsilon}_M \quad (2.3.1)$$

Trong trường hợp bài toán tấm 3D chịu uốn

$$\bar{\mathbf{u}} = \kappa \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & 0 \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.2)$$

2.4 Các dạng chuyển vị của RVE 3D

Chuyển vị tương ứng của phần tử đại diện 3D với các biến dạng độc lập từ điểm vật liệu của bài toán cấp độ vĩ mô được thể hiện như sau

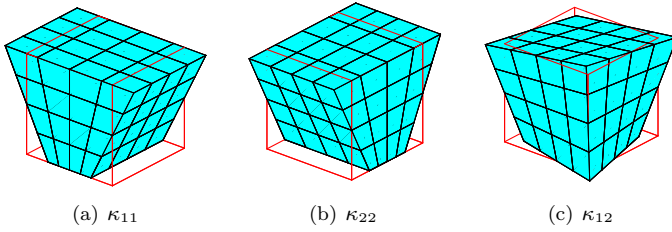


Hình 2.2: Chuyển vị tương ứng RVE 3D với các mode biến dạng từ cấp độ vĩ mô

Các trường chuyển vị tương ứng của phần tử đại diện 3D tấm chịu uốn

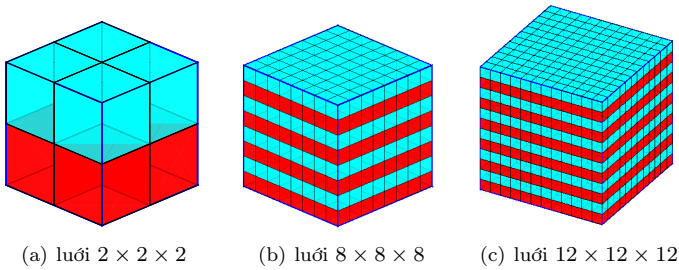
2.5 Ví dụ số

vật liệu với phần tử đại diện có kích thước chuẩn 1x1x1 được khảo sát. Hai pha vật liệu có các hằng số như sau: $E_1 = 2e6$ MPa, $E_2 = 2e7$ MPa, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$.



Hình 2.3: Chuyển vị tương ứng của phần tử đại diện của tấm 3D chịu uốn

Ma trận hằng số vật liệu D của bài toán vi mô được xác định qua kỹ thuật đồng nhất hoá trên thể tích của phần tử đại diện vi mô. Ba mô hình vật liệu vi mô được thực hiện với mẫu đầu tiên vật liệu phân bố theo phương ngang như hình 2.4, mẫu tiếp theo là vật liệu phân bố theo phương đứng như hình 2.5 và mẫu cuối cùng là vật liệu phân bố xen kẽ như hình 2.6.



Hình 2.4: lưới phần tử đại diện 3D phân bố vật liệu ngang.

Các mẫu phần tử đại diện 3D được xem xét với các trường hợp kích thước của mẫu vật liệu đơn vị giảm dần để đánh giá sự ảnh hưởng kích thước (size effect) của bài toán. Mẫu vật liệu đứng và vật liệu ngang được tạo lưới lần lượt theo độ tăng dần của số lưới (mô hình $2 \times 2 \times 2$ có 8 phần tử H8 và 81 bậc tự do, mô hình $4 \times 4 \times 4$ có 64 phần tử H8 và 375 bậc tự do, mô hình $6 \times 6 \times 6$ có 216 phần tử H8 và 1029 bậc tự do, mô hình $8 \times 8 \times 8$ có 512 phần tử H8 và 2187 bậc tự do, mô hình $10 \times 10 \times 10$ có 1000 phần tử H8 và 3993 bậc tự do và mô hình $12 \times 12 \times 12$ có 1728 phần tử H8 và 6591 bậc tự do). Các kết quả ma trận hằng số vật liệu hữu hiệu của vật liệu phân bố ngang được thể hiện trong Bảng 2.1, vật liệu phân bố dọc được thể hiện trong Bảng 2.2 và vật liệu xen kẽ được thể hiện trong Bảng 2.3. Qua đó, xu hướng của hằng số $D_{11} = D_{22} \neq D_{33}$ (đối với vật liệu phân bố ngang); $D_{11} \neq D_{22} = D_{33}$ (đối với vật liệu phân bố dọc) và $D_{11} = D_{22} = D_{33}$ (đối với vật liệu phân bố xen kẽ). Điều này thể hiện tính đẳng hướng của vật liệu xen kẽ và bất đẳng hướng của hai vật liệu còn lại. Độ cứng theo phương phân bố vật liệu lớn hơn so với độ cứng kéo vuông góc.

Bên cạnh đó, khi kích thước các lớp vật liệu mỏng dần thì các thông số vật

liệu cũng dần hội tụ đối với điều kiện biên tuyến tính. Tuy nhiên, điều kiện biên tuần hoàn nhanh chóng hội tụ đối với vật liệu phân bố lớp ngang và lớp đứng. Chênh lệch của mô đun đàn hồi dọc trục D_{11} khi sử dụng hai điều kiện biên với lưới $12 \times 12 \times 12$ là 7.16 % (đối với vật liệu phân bố ngang và vật liệu phân bố đứng) và 1.59% (đối với vật liệu phân bố xen kẽ) trong Hình 2.7. Mô đun đàn hồi khối hữu hiệu K_{eff} của kết cấu vi mô không gian 3D được xác định theo công thức

$$K_{eff} = \frac{D_{11} + D_{22} + D_{33} + 2 \times D_{12} + 2 \times D_{13} + 2 \times D_{23}}{9} \quad (2.5.3)$$

Bảng 2.1: Ma trận hằng số vật liệu của RVE 3D vật liệu phân bố lớp ngang.

	BTD	D_{11}	D_{22}	D_{33}	D_{44}	D_{55}	D_{66}	D_{12}	D_{13}	D_{23}
Biên tuyến tính	81	14.156	14.156	11.259	4.231	3.941	3.941	5.694	4.825	4.825
	375	13.604	13.604	8.253	4.231	2.914	2.914	5.142	3.537	3.537
	1029	13.395	13.395	7.114	4.231	2.399	2.399	4.933	3.049	3.049
	2187	13.289	13.289	6.541	4.231	2.130	2.130	4.828	2.803	2.803
	3993	13.227	13.227	6.200	4.231	1.970	1.970	4.765	2.657	2.657
6591	13.185	13.185	5.975	4.231	1.865	1.865	4.724	2.561	2.561	
Biên tuần hoàn	-	12.987	12.987	4.895	4.231	1.399	1.399	4.525	2.098	2.098

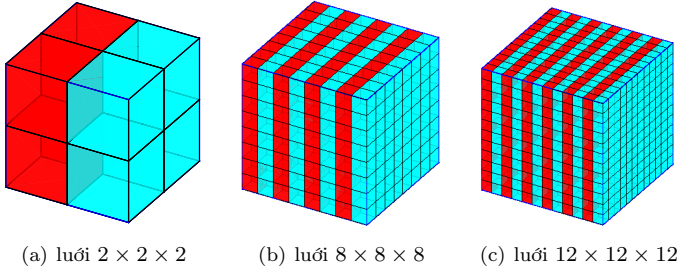
Bảng 2.2: Ma trận hằng số vật liệu của RVE 3D vật liệu phân bố lớp đứng.

	BTD	D_{11}	D_{22}	D_{33}	D_{44}	D_{55}	D_{66}	D_{12}	D_{13}	D_{23}
Biên tuyến tính	81	11.259	14.156	14.156	3.941	4.231	3.941	4.825	4.825	5.694
	375	8.253	13.604	13.604	2.914	4.231	2.914	3.537	3.537	5.142
	1029	7.114	13.395	13.395	2.399	4.231	2.399	3.049	3.049	4.933
	2187	6.541	13.289	13.289	2.130	4.231	2.130	2.803	2.803	4.828
	3993	6.200	13.227	13.227	1.970	4.231	1.970	2.657	2.657	4.765
6591	5.975	13.185	13.185	1.865	4.231	1.865	2.561	2.561	4.724	
biên tuần hoàn	-	4.895	12.987	12.987	1.398	4.231	1.398	2.098	2.098	4.525

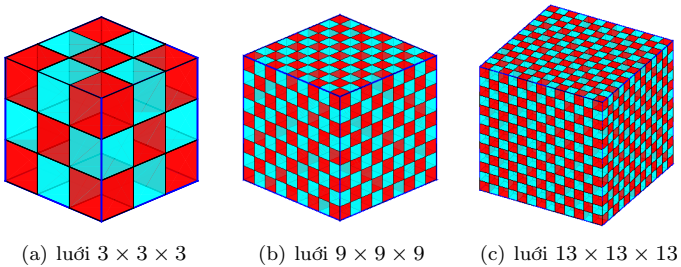
Mô đun đàn hồi khối được khảo sát sự thay đổi khi các lớp vật liệu mỏng dần trong Hình 2.8. Qua đó, mô đun đàn hồi khối giảm dần và hội tụ (điều kiện biên tuyến tính) và hằng số (điều kiện biên tuần hoàn) đối với hai vật liệu phân bố ngang và phân bố dọc. Đối với vật liệu phân bố xen kẽ, mô đun đàn hồi khối hữu hiệu giảm dần (điều kiện biên tuyến tính) và tăng dần (điều kiện biên tuần hoàn). Qua đó, đối với trường hợp tách biệt các pha vật liệu thì việc áp dụng điều kiện biên tuần hoàn nhanh chóng hội tụ kết quả số. Tuy nhiên, khi trộn lẫn các pha vật liệu với nhau thì tỷ lệ giữa kích thước cốt liệu và kích thước của phần tử đại diện (RVE) cần phải đủ nhỏ để các thông số đàn hồi hữu hiệu hội tụ.

Bảng 2.3: Ma trận hằng số vật liệu của RVE 3D vật liệu phân bố xen kẽ.

	BTD	D_{11}	D_{22}	D_{33}	D_{44}	D_{55}	D_{66}	D_{12}	D_{13}	D_{23}
Biên tuyến tính	192	15.256	15.256	15.256	4.359	4.359	4.359	6.538	6.538	6.538
	648	14.905	14.905	14.905	4.258	4.258	4.258	6.388	6.388	6.388
	1536	14.843	14.843	14.843	4.241	4.241	4.241	6.361	6.361	6.361
	3000	14.824	14.824	14.824	4.235	4.235	4.235	6.353	6.353	6.353
	5184	14.817	14.817	14.817	4.233	4.233	4.233	6.350	6.350	6.350
	8232	14.813	14.813	14.813	4.232	4.232	4.232	6.349	6.349	6.349
Biên tuần hoàn	192	13.052	13.052	13.052	4.041	4.041	4.041	5.328	5.328	5.328
	648	13.907	13.907	13.907	4.081	4.081	4.081	5.737	5.737	5.737
	1536	14.285	14.285	14.285	4.134	4.134	4.134	5.977	5.977	5.977
	3000	14.470	14.470	14.470	4.165	4.165	4.165	6.103	6.103	6.103
	5184	14.573	14.573	14.573	4.184	4.184	4.184	6.175	6.175	6.175
	8232	14.635	14.635	14.635	4.195	4.195	4.195	6.219	6.219	6.219



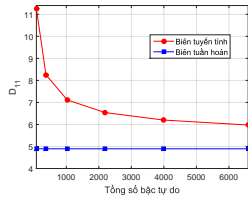
Hình 2.5: lưới phần tử đại diện 3D phân bố vật liệu đứng



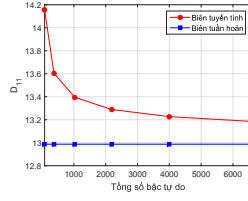
Hình 2.6: lưới phần tử đại diện 3D phân bố vật liệu xen kẽ

2.6 Kết luận bài toán đa tỉ lệ đàn hồi với phần tử đại diện 3D

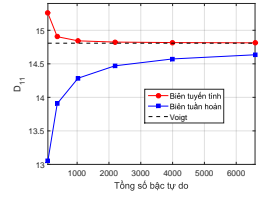
Chương này đã trình bày phương pháp đa tỉ lệ khi sử dụng phần tử đại diện 3D với hai trường hợp (mẫu 3D cho vật liệu tuần hoàn và mẫu 3D cho kết cấu



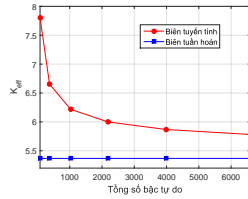
(a) Vật liệu đứng



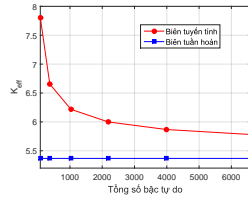
(b) Vật liệu ngang



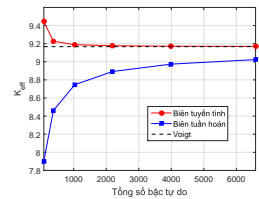
(c) Vật liệu xen kẽ

Hình 2.7: Mô đun đàn hồi dọc trục D_{11} hữu hiệu khi bề dày mỗi lớp giảm dần.

(a) Vật liệu đứng



(b) Vật liệu ngang



(c) Vật liệu xen kẽ

Hình 2.8: Mô đun đàn hồi khối hữu hiệu K_{eff} khi bề dày mỗi lớp giảm dần.

tấm chịu uốn). Trường hợp mẫu 3D cho vật liệu tuần hoàn, biến dạng ϵ từ cấp độ vi mô được chuyển thành chuyển vị cường bậc trên biên của phần tử đại diện 3D. Trường hợp mẫu 3D cho kết cấu tấm chịu uốn, biến dạng cong κ được chuyển thành chuyển vị cường bậc trên biên của phần tử đại diện 3D. Kỹ thuật đồng hoá được áp dụng nhằm xác định ma trận vật liệu hữu hiệu trung bình thể tích của phần tử đại diện. Kết cấu nhiều lớp phân bố đứng, phân bố ngang và kết cấu xen kẽ được thực hiện cho mẫu 3D vật liệu tuần hoàn. Kết cấu tấm nhiều lớp và kết cấu tấm có cơ lý biến thiên theo chiều dày tấm được thực hiện cho mẫu 3D tấm chịu uốn. Các kết quả được tương đồng với các nghiên cứu lý thuyết và FE² (mô hình phần tử hữu hạn trên cả hai cấp độ: vi mô và vĩ mô). Qua đó, kích thước của các phần tử đại diện được khảo sát nhằm đánh giá sự ảnh hưởng của kích thước (size effect) lên các thuộc tính đàn hồi hữu hiệu của vật liệu.

Chương 3

Bài toán đa tỉ lệ đàn hồi với tấm vi mô chịu uốn

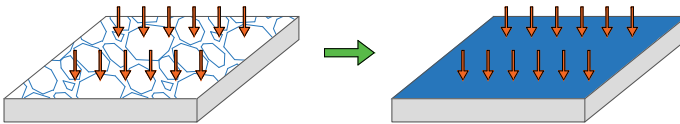
3.1 Giới thiệu

Chương này sẽ trình bày một hướng tiếp cận số cho kết cấu tấm vi mô chịu uốn không đồng nhất. Kỹ thuật đồng nhất hoá được sử dụng nhằm xác định các hằng số đàn hồi hữu hiệu của kết cấu tấm vi mô không đồng nhất này. Hai ví dụ được thực hiện là kết cấu tấm mỏng khoét lỗ vuông chịu uốn và kết cấu tấm nhiều lớp khoét lỗ tròn chịu uốn. Các kết quả được so sánh với các nghiên cứu lý thuyết khác.

3.2 Phần tử đại diện kết cấu tấm chịu uốn

Chúng ta xem xét một tấm mỏng chịu uốn không đồng nhất với miền diện tích Ω trong mặt phẳng (x, y) với chiều dày t . Nội lực trong tấm bao gồm ten sơ của lực màng \mathbf{N} , ten sơ của mô men uốn \mathbf{M} và ten sơ của lực cắt \mathbf{Q} . Tấm chịu uốn không đồng nhất sẽ được thay thế bằng một kết cấu tấm đồng nhất tương đương mà mỗi điểm vật liệu sẽ có một kết cấu vi mô không đồng nhất.

Kích thước bài toán vi mô L_{micro} nhỏ hơn nhiều lần với kích thước bài toán vĩ mô L_{macro} nên khi tính toán tại cấp độ vi mô thì lực thể tích có thể bỏ qua.



Hình 3.1: Đồng nhất hóa tấm mỏng chịu uốn

3.3 Điều kiện biên của bài toán tấm vi mô chịu uốn

Chuyển vị của nút ở góc được xác định như sau

$$u_i = \begin{Bmatrix} w^i \\ \theta_x^i \\ \theta_y^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}X_1^2 & \frac{1}{2}X_2^2 & \frac{1}{2}X_1X_2 \\ 0 & -X_2 & -\frac{1}{2}X_1 \\ X_1 & 0 & \frac{1}{2}X_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_{11} \\ \kappa_{22} \\ \kappa_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_p^i \kappa_M \quad (3.3.1)$$

Điều kiện biên tuần hoàn trong bài toán tấm vi mô chịu uốn thể hiện mối liên hệ giữa chuyển vị của các nút độc lập, các nút đối xứng phụ thuộc trên biên và chuyển vị tại góc tấm.

$$X_c \times u_p - X_c \times u_n + X_p \times u_{c2} - X_p \times u_{c1} = 0 \quad (3.3.2)$$

Với X_c là toạ độ tại các nút góc, X_p và u_p là toạ độ và độ võng tại các nút trên biên tuần hoàn.

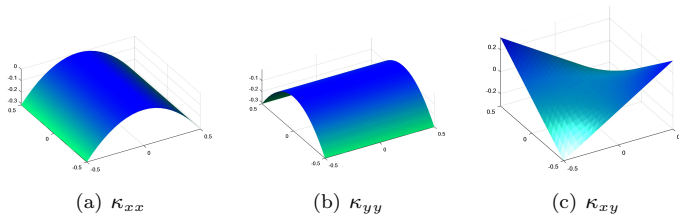
3.4 Kỹ thuật đồng nhất hoá kết cấu tấm vi mô chịu uốn

Ma trận hằng số vật liệu hữu hiệu của tấm vi mô RPE được xác định

$$\mathbf{D}_{eff} = \frac{1}{A} \mathbf{T}_p^T \mathbf{K}_{bb}^* \mathbf{T}_p \quad (3.4.3)$$

3.5 Các dạng chuyển vị của tấm vi mô chịu uốn

Đối với bài toán tấm, các trường hợp chuyển vị cơ bản ứng với các biến dạng cong từ cấp độ vĩ mô được thể hiện như sau



Hình 3.2: Chuyển vị của tấm đại diện với biến dạng cong từ cấp độ vĩ mô.

3.6 Ví dụ số tấm mỏng vi mô chịu uốn

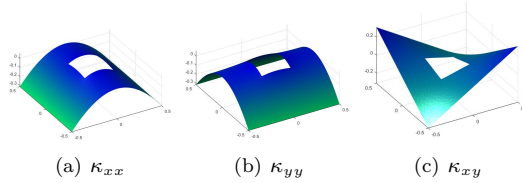
Tấm đại diện vi mô (RPE) hình vuông bề dày $t = 0.1mm$ có kích thước $1mm \times 1mm$ bị khoét lỗ $L \times L$ được khảo sát với sự thay đổi kích thước lỗ rỗng V_f từ 10% đến 40% như hình 3.3. Bài toán được rời rạc hoá thành các phần tử tấm HCT hình tam giác.



Hình 3.3: Bài toán tấm vi mô chịu uốn khoét lỗ hình vuông và hệ lưới phần tử.

Ma trận vật liệu được chuẩn hoá với mô đun đàn hồi $E=10920$ (GPa) và hệ số nở hông $\nu = 0.3$.

Kết quả trường chuyển vị tương ứng với biến dạng cong từ cấp độ vi mô trong trường hợp tấm vi mô có lỗ hình vuông được thể hiện trong hình 3.4. Với các nút trên biên, chuyển vị tương đồng như tấm không có lỗ. Tuy nhiên, với các nút dọc theo biên lỗ có biểu hiện độ võng lên. Điều này có thể dẫn đến sự tập trung cục bộ tại mép lỗ và có nguy cơ dẫn đến phá hoại.



Hình 3.4: Chuyển vị của tấm vi mô RPE lỗ hình vuông với biến dạng vi mô.

Bảng 3.1: Hằng số vật liệu hữu hiệu của RPE khi thể tích lỗ thay đổi.

V_f		0	0.1	0.2	0.3	0.4
$\nu_0=0.2$	E_{eff}	10920	9974.40	9088.39	8326.03	7688.61
	ν_{eff}	0.20	0.15	0.11	0.09	0.07
	K_{eff}	6825	5863.96	5123.25	4558.73	4121.70
	G_{eff}	4550	4439.58	4368.28	4333.15	4324.52
$\nu_0=0.3$	E_{eff}	10920	9946.09	9047.67	8286.07	7656.07
	ν_{eff}	0.30	0.23	0.18	0.14	0.11
	K_{eff}	7800	6489.89	5534.43	4836.78	4313.84
	G_{eff}	4200	4107.62	4044.94	4012.63	4003.50

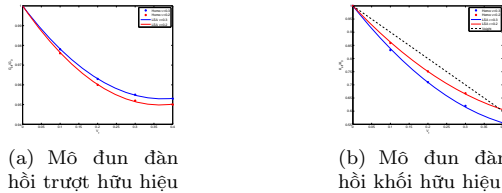
Qua hình 3.6, sự thay đổi của mô đun đàn hồi khối hữu hiệu K_{eff} và mô đun kháng trượt hữu hiệu G_{eff} thay đổi phi tuyến khi thể tích lỗ rỗng tăng dần. Trường hợp mô đun kháng trượt G thấp hơn khi so với nghiên cứu tuyến tính của Voigt [6].

Bảng 3.2: Phương trình hằng số vật liệu hữu hiệu của tấm lỗ chữ nhật.

	Phương pháp	Mô đun đàn hồi hữu hiệu
E_{eff}	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.3$)	$E_{eff} = E_0 \times (0.5194 \times V_f^2 - 0.9565 \times V_f + 1)$
	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.2$)	$E_{eff} = E_0 \times (0.4823 \times V_f^2 - 0.9344 \times V_f + 1)$
	G. Lu và cộng sự [4]	$E_{eff} = E_0 \times (1 - 2 \times V_f) \times (1 + 4 \times V_f^2)$
	Robert và cộng sự [5]	$E_{eff} = E_0 \times (1 - \frac{V_f}{0.798})^{2.25}$
ν_{eff}	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.3$)	$\nu_{eff} = \nu_0 \times (2.0016 \times V_f^2 - 2.3569 \times V_f + 1)$
	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.2$)	$\nu_{eff} = \nu_0 \times (2.6419 \times V_f^2 - 2.7046 \times V_f + 1)$
	Robert và cộng sự [5]	$\nu_{eff} = 0.14 + (1 - \frac{V_f}{0.472}) \times (\nu_0 - 0.14)$
K_{eff}	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.3$)	$K_{eff} = K_0 \times (1.7097 \times V_f^2 - 1.7925 \times V_f + 1)$
	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.2$)	$K_{eff} = K_0 \times (1.3016 \times V_f^2 - 1.5069 \times V_f + 1)$
G_{eff}	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.3$)	$G_{eff} = G_0 \times (0.3371 \times V_f^2 - 0.2520 \times V_f + 1)$
	Hàm xấp xỉ ($\nu = 0.2$)	$G_{eff} = G_0 \times (0.3742 \times V_f^2 - 0.2741 \times V_f + 1)$



Hình 3.5: Ảnh hưởng lỗ rỗng đến mô đun E_{eff} và ν_{eff} của vật liệu khoét lỗ.



(a) Mô đun đàn hồi trượt hữu hiệu

(b) Mô đun đàn hồi khối hữu hiệu

Hình 3.6: Ảnh hưởng lỗ rỗng đến mô đun K_{eff} và G_{eff} của vật liệu khoét lỗ.

3.7 Kết luận tấm mỏng vi mô chịu uốn trong miền đàn hồi

Phương pháp đa tỉ lệ tính toán đồng nhất tấm mỏng chịu uốn sử dụng phần tử tấm HCT đã được trình bày với phần tử tấm vi mô chịu uốn đại diện (RPE). Bài toán tấm có lỗ hình vuông và tấm nhiều lớp lỗ tròn được khảo sát. Các hằng số đàn hồi hữu hiệu như mô đun đàn hồi hữu hiệu E_{eff} , hệ số nở hông hữu hiệu ν_{eff} , mô đun đàn hồi khối hữu hiệu K_{eff} và mô đun kháng cắt hữu hiệu G_{eff} được khảo sát sự thay đổi khi xem xét trường hợp tăng dần thể tích lỗ rỗng từ 10% đến 40%. Hàm xấp xỉ các hằng số vật liệu hữu hiệu theo thể tích lỗ rỗng được xây dựng bằng phương pháp bình phương cực tiểu. Phương trình thể hiện ảnh hưởng của thể tích lỗ rỗng.

Chương 4

Thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Hill

4.1 Giới thiệu

Mục tiêu của chương này là để phát triển lý thuyết đồng nhất hóa được tích hợp trong bài toán phân tích động học của kết cấu vi mô. Trường chuyển vị tổng tại cấp độ vi mô được xấp xỉ bằng phương pháp phần tử hữu hạn, thay vì trường chuyển vị biến thiên tuần hoàn được thực hiện trong các nghiên cứu [7–11]. Phân tích giới hạn cận trên của vật liệu tuần hoàn được thực hiện trong dạng trường chuyển vị tổng và điều kiện biên tuần hoàn. Khai triển bài toán tối ưu hóa cho kết cấu vi mô được rời rạc hóa bằng phương pháp phần tử hữu hạn với các ràng buộc dạng nón. Qua đó, tập hợp các điểm ứng suất giới hạn của kết cấu vi mô hình thành mặt dẻo hữu hiệu mà có thể áp dụng vào bài toán phân tích giới hạn cho kết cấu vĩ mô sau khi đã được đồng nhất hóa.

4.2 Vật liệu theo tiêu chuẩn Hill

Trường chuyển vị tổng được rời rạc hóa và khai triển thành bài toán đồng nhất hóa cho phân tích động học của cấu trúc vi mô tuần hoàn theo tiêu chuẩn von Mises, Hill và Tsai được thể hiện như sau

$$\lambda^+ = \min \sigma^P \int_{\Omega} \sqrt{\boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\epsilon}} \, d\Omega \quad (4.2.1a)$$

$$\text{s.t} \quad F(\mathbf{u}) = V_0 \boldsymbol{\Sigma}_0^T \boldsymbol{\epsilon}_M = 1 \quad (4.2.1b)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\epsilon}_M \cdot \mathbf{X} \text{ tuần hoàn trên biên } \Gamma_d \quad (4.2.1c)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_M = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \boldsymbol{\epsilon} \, d\Omega \quad (4.2.1d)$$

4.3 Phân tích giới hạn động học cho vật liệu tiêu chuẩn Hill

Bài toán phân tích giới hạn động học cho vật liệu tuân theo tiêu chuẩn Hill được thể hiện

$$\lambda^+ = \min \sum_{i=1}^{NG} \xi_i \sqrt{(\mathbf{B}_i \mathbf{d})^T \boldsymbol{\Theta} \mathbf{B}_i \mathbf{d}} \quad (4.3.2a)$$

$$\text{s.t} \quad \boldsymbol{\Sigma}^T \mathbf{E} = 1 \quad (4.3.2b)$$

$$\mathbf{C}d = 0 \quad (4.3.2c)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{i=1}^{NG} \xi_i \mathbf{B}_i d \quad (4.3.2d)$$

4.4 Khai triển bài toán tiêu chuẩn Hill về dạng nón bậc hai

Bài toán đã được chuyển về dạng nón bậc hai như sau

$$\lambda^+ = \min \sum_{i=1}^{NG} \xi_i t_i \quad (4.4.3a)$$

$$\text{s.t} \quad \boldsymbol{\Sigma}^T \mathbf{E} = 1 \quad (4.4.3b)$$

$$\mathbf{C}d = 0 \quad (4.4.3c)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{i=1}^{NG} \xi_i \mathbf{B}_i d \quad (4.4.3d)$$

$$\|\boldsymbol{\rho}_i\| \leq t_i, \quad i = 1, 2, \dots, NG \quad (4.4.3e)$$

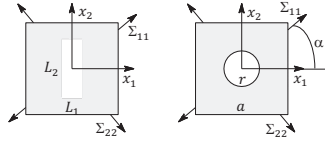
Phần tử đại diện (RVE) hình vuông có kích thước chuẩn $a \times a = 1 \times 1$ mm. Nghiệm của bài toán là tập hợp các tải trọng giới hạn của phần tử đại diện hay được xem là ứng suất giới hạn của điểm vật liệu vĩ mô. Qua đó, ứng suất giới hạn tại một điểm vật liệu cấp độ vĩ mô được xác định như sau

$$\Sigma_Y = \lambda^+ \Sigma_0 \quad (4.4.4)$$

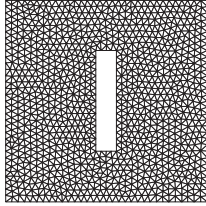
4.5 Ví dụ số

Vật liệu có lỗ rỗng được xem xét như vật liệu hỗn hợp đặc biệt, và khả năng chịu tải trọng đóng một vai trò quan trọng trong thiết kế kết cấu. Hai ví dụ được thực hiện bao gồm tấm chịu kéo nén với lỗ hình chữ nhật và lỗ hình tròn. Phần tử đại diện này chịu tác dụng của thành phần ứng suất vĩ mô (Σ_{11}, Σ_{22}) trong mặt phẳng (x_1, x_2) được thể hiện trong hình 4.1. Vật liệu cốt nền cho kết cấu tấm có lỗ là aluminium Al với ứng suất chảy dẻo $\sigma_0 = 137$ MPa, hay thép *St3S* với ứng suất chảy dẻo $\Sigma_0 = 273$ MPa cho vật liệu có lỗ hình tròn. Các bài toán này đã được so sánh với kết quả của Li và các cộng sự [7, 8] với khai triển phần tử hữu hạn động học kết hợp thuật giải lặp từng bước, hay được thực hiện bởi Zhang và cộng sự [12] với hướng tiếp cận cận dưới không nghiêm ngặt.

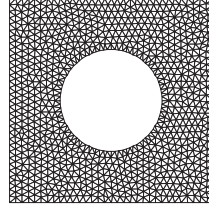
Phần tử hữu hạn tam giác ba nút (T3) được sử dụng cho mô hình tính toán như hình 4.2. Miền cường độ ứng suất vĩ mô của vật liệu có lỗ hình tròn hay hình chữ nhật cho các trường hợp góc α ($\alpha = 0^\circ$ và 45°) được trình bày theo hình. Các kết quả số đạt được sự tương đồng khi so sánh với các nghiên cứu của Li và các cộng sự [8] và bởi Zhang và các cộng sự [12]. Một ghi chú rằng phương pháp bán cận dưới được trình bày trong [12] có thể cung cấp một nghiệm cao hơn so với cường độ vĩ mô thực sự.



Hình 4.1: Ứng suất vĩ mô trong kết cấu tấm chịu kéo có lỗ

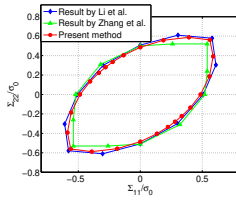


(a) 2038 Phần tử T3

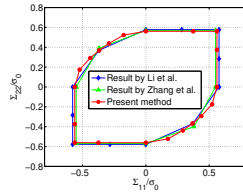


(b) 1752 Phần Tử T3

Hình 4.2: Lưới phần tử tam giác (T3) của hai Mẫu RVE vật liệu có lỗ

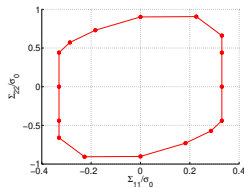


(a) $\alpha = 0^\circ$

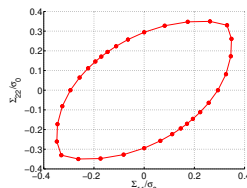


(b) $\alpha = 45^\circ$

Hình 4.3: Miền cường độ ứng suất vĩ mô của vật liệu có lỗ hình tròn.



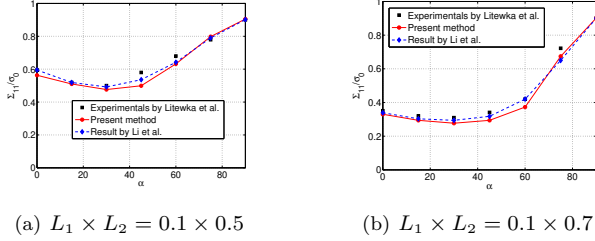
(a) $\alpha = 0^\circ$



(b) $\alpha = 45^\circ$

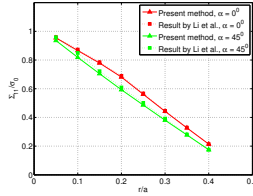
Hình 4.4: Miền cường độ ứng suất vĩ mô của vật liệu có lỗ hình chữ nhật

Bên cạnh đó, cường độ ứng suất kéo dọc trục của vật liệu có lỗ được khảo sát với góc α thay đổi dần $[0^\circ, 90^\circ]$ với hai kích thước lỗ khác nhau $L_1 \times L_2 = 0.1 \times 0.5\text{mm}$ hay $0.1 \times 0.7\text{mm}$. Kết quả được thể hiện trong hình 4.5. Kết quả này tương đồng với kết quả của Li và các cộng sự [8] và thí nghiệm của Litewka [13]. Đối với mẫu vật liệu có lỗ hình tròn, cường độ chịu kéo dọc trục được khảo



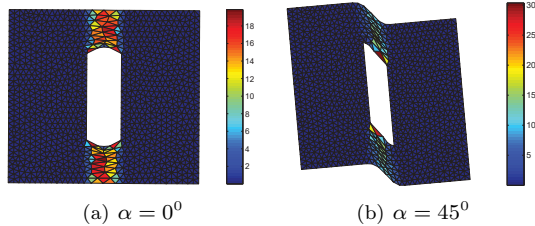
Hình 4.5: Cường độ kéo dọc trục với góc α của lỗ hình chữ nhật.

sát thay đổi khi tăng dần kích thước lỗ tròn. Hình 4.6 cho thấy rằng cường độ chịu kéo tỉ lệ nghịch với sự gia tăng kích thước lỗ rỗng. Điều này khác phù hợp với các kết quả của Li và các cộng sự [8]. Sự phân bố năng lượng tiêu tán đều

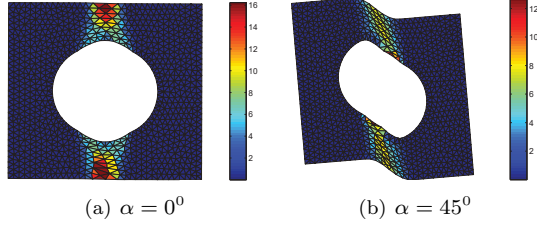


Hình 4.6: Cường độ kéo dọc trục khi góc α và bán kính (r/a) thay đổi.

thể hiện cơ cấu phá hoại của vật liệu có lỗ rỗng thông qua hình 4.7 và hình 4.8. Điều này có thể được quan sát cho các trường hợp



Hình 4.7: Cơ cấu phá hoại của vật liệu có lỗ hình chữ nhật ($L_1 \times L_2 = 0.1 \times 0.5$).



Hình 4.8: Cơ cấu phá hoại của vật liệu có lỗ hình tròn ($r/a = 0.25$).

Tiếp theo, hiệu quả của phương pháp phân tích giới hạn kết hợp kỹ thuật đồng nhất hoá cho vật liệu có lỗ rỗng mà được đề xuất sẽ được nghiên cứu. Ba lưới phần tử được xem xét cho việc tính toán của thuộc tính hữu hiệu của kết cấu RVE có lỗ hình chữ nhật ($L_1 \times L_2 = 0.1 \times 0.5$). Từ bảng 4.1, chúng ta có thể thấy được rằng phương pháp phân tích giới hạn của kết cấu đồng nhất hoá cung cấp một nghiệm rất nhanh chóng (bằng giải thuật tối ưu hoá hình nón), chỉ tốn 6 giây cho bài toán tối ưu hoá lên đến 40000 biến.

Bảng 4.1: Thời gian tính toán của phương pháp đề xuất.

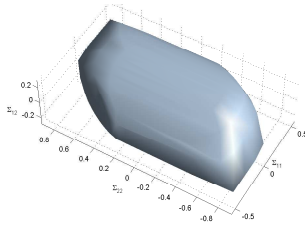
nghiên cứu này			Li và các cộng sự [9]		
<i>sdo</i> f	Thời gian CPU (s*)	Σ_{11}/σ_0	<i>sdo</i> f	CPU time (s)	Σ_{11}/σ_0
642	<1	0.5689	320	10	0.5743
2236	2	0.5626	896	22	0.5658
8140	6	0.5561	1920	95	0.5600

* Nghiệm được thực hiện bởi công cụ MOSEK trên máy tính CPU 2.8GHz Pentium 4 PC. *sdo*f là tổng số bậc tự do của lưới được rời rạc.

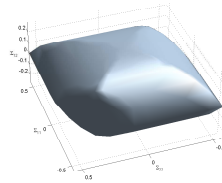
Khi ứng suất tại cấp độ vi mô Σ mà có kể đến ứng suất cắt σ_{xy} , không gian ứng suất giới hạn của vật liệu được thể hiện dưới không gian 3D như hình 4.10 (vật liệu có lỗ hình tròn) và hình 4.9 (vật liệu có lỗ hình chữ nhật). Với trường hợp tấm có lỗ hình chữ nhật cường độ vĩ mô theo σ_{22} lớn hơn so với theo σ_{11} và bằng nhau khi xem xét kết cấu RVE có lỗ tròn.

4.6 Kết luận thiết kế dẻo vật liệu theo tiêu chuẩn Hill

Chương này đã trình bày một hướng tiếp cận số đồng nhất hóa cho việc xác định cường độ của vật liệu không đồng nhất và cơ cấu phá hoại của cấu trúc vi mô. Dựa theo lý thuyết đồng nhất hóa và phần tử hữu hạn, bài toán phân tích giới hạn cận trên (trường động học) được xây dựng cho kết cấu vi mô tuần hoàn, trường chuyển vị tổng của bài toán vi mô được xấp xỉ. Bài toán tối ưu hóa, được thể hiện dưới dạng tối ưu hóa với ràng buộc nón bậc hai, tương tự với bài toán phân tích giới hạn của kết cấu nhưng được kể thêm hai điều kiện (điều kiện biên tuần hoàn và điều kiện trung bình hóa biến dạng của cấu trúc



Hình 4.9: Mặt chảy dẻo 3D của vật liệu có lỗ chữ nhật trong $(\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{12})$.



Hình 4.10: Mặt chảy dẻo 3D của vật liệu có lỗ tròn $(\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{12})$.

vi mô bằng với biến dạng từ điểm vật liệu cấu trúc vĩ mô). Các ví dụ số được thực hiện nhằm khảo sát sự ảnh hưởng của điều kiện tải trọng, thể tích cốt sợi hay lỗ rỗng đến cường độ hữu hiệu của tấm khoét lỗ hay gia cường sợi. Với ba thành phần ứng suất độc lập $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ được thành lực phân bố đều trên biên phần tử đại diện tuần hoàn. Miền ứng suất giới hạn tại một điểm vật liệu vĩ mô được xác định dưới dạng không gian ba chiều. Chương tiếp theo sẽ mở rộng tiêu chuẩn dẻo Tsai-Wu (cường độ chịu kéo và nén theo hai phương có thể khác nhau) nhằm mở rộng phạm vi đánh giá các vật liệu thực tế.

Chương 5

Thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Tsai-Wu

5.1 Giới thiệu

Mục tiêu của chương này là mở rộng hướng phân tích giới hạn kết hợp kỹ thuật đồng nhất hoá như chương 6 đã thực hiện cho tiêu chuẩn von Mises và Hill thành tiêu chuẩn tổng quát hơn là TSai-Wu. Năng lượng tiêu tán dẻo của vật liệu không đồng nhất tuân theo tiêu chuẩn TSai-Wu được biểu diễn dưới dạng tổng của bình phương. Điều này tạo thuận lợi khi chuyển các dạng tiêu chuẩn dẻo về dạng nón và phát biểu bài toán dưới dạng tối ưu hoá có các ràng buộc nón. Một số lớn các điểm của miền cường độ được xác định, và tiêu chuẩn dẻo hữu hiệu dạng TSai-Wu cho bài toán cấp độ vĩ mô được thực hiện. Sự ảnh hưởng của ứng xử dẻo của các thành phần chảy dẻo được xem xét, các trường hợp phá hoại của cấu trúc vi mô ở trạng thái giới hạn được thể hiện. Hai dạng cấu trúc vật liệu vi mô là phân bố đều và phân bố ngẫu nhiên đều được xem xét. Đặc biệt đối với vật liệu có lỗ rỗng ngẫu nhiên, biên trong và biên ngoài của miền dẻo hữu hiệu được trình bày.

5.2 Vật liệu theo tiêu chuẩn TSai-Wu

5.2.1 Tiêu chuẩn dẻo TSai-Wu

Tiêu chuẩn dẻo TSai cho vật liệu cứng dẻo lý tưởng (các thành phần của một hỗn hợp) với một luật chảy dẻo bao gồm

$$\Psi(\sigma) = \sigma^T \mathbf{P} \sigma + \sigma^T \mathbf{Q} \leq 1 \quad (5.2.1)$$

Với \mathbf{P} và \mathbf{Q} là các ma trận thông số vật liệu của thuộc tính cường độ của vật liệu. Với \mathbf{P} là ma trận xác định dương hoặc bán xác định dương, công thức (5.2.1) xác định một miền lồi.

5.2.2 Hàm năng lượng tiêu tán theo tiêu chuẩn TSai-Wu

Năng lượng tiêu tán dẻo của vật liệu bất đẳng hướng có thể biểu diễn dưới dạng hàm của biến dạng dẻo như sau

$$\mathcal{D}(\epsilon) = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \mathbf{Q}^T \Theta^{-1} \mathbf{Q}\right) \epsilon^T \Theta^{-1} \epsilon - \frac{1}{2} \epsilon^T \Theta^{-1} \mathbf{Q}} \quad (5.2.2)$$

5.3 Phân tích giới hạn kết cấu vi mô tiêu chuẩn Tsai-Wu

Dựa theo các phân tích trước, phương pháp cận trên của tải trọng sụp đổ thật của kết cấu có thể xác định bằng việc giải phương trình tối ưu hoá cực tiểu năng lượng tiêu tán dẻo như sau

$$\lambda^+ = \min \int_{\mathcal{D}} \left[\sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\Theta}^{-1} \mathbf{Q}\right) \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\Theta}^{-1} \boldsymbol{\epsilon} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\Theta}^{-1} \mathbf{Q}} \right] dA$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \int_{\partial \mathcal{D}_s} \mathbf{q}^T \mathbf{u} dS = 1 \\ \boldsymbol{\epsilon} = \nabla \mathbf{u} & \text{in } \mathcal{D} \\ \mathbf{u} = \mathbf{0} & \text{on } \partial \mathcal{D}_u \end{cases} \quad (5.3.3)$$

5.4 Khai triển bài toán tối ưu hoá ràng buộc nón

Bài toán tối ưu hoá với ràng buộc nón bậc hai được xác định

$$\lambda^+ = \min \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_g} \xi_i t_i - \frac{1}{2} \boldsymbol{\Theta}^{-1} \mathbf{Q} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_g} \xi_i \mathbf{B}_i \mathbf{d} \quad (5.4.4a)$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{\Sigma}^T \mathbf{E} = 1 \quad (5.4.4b)$$

$$\mathbf{C} \mathbf{d} = 0 \quad (5.4.4c)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{|A|} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_g} \xi_i \mathbf{B}_i \mathbf{d} \quad (5.4.4d)$$

$$\|\mathbf{r}_i\| \leq t_i, \quad i = 1, 2, \dots, \mathcal{N}_g \quad (5.4.4e)$$

Với tập hợp các điểm ứng suất tiêu chuẩn của cấp độ vĩ mô $\boldsymbol{\Sigma}_0$, hệ số tải trọng giới hạn λ^+ có thể thu được bằng việc giải bài toán tối ưu hoá đã được rời rạc hoá như (5.4.4). Vì vậy, cường độ của một điểm vật liệu của cấp độ vĩ mô được xác định bởi công thức

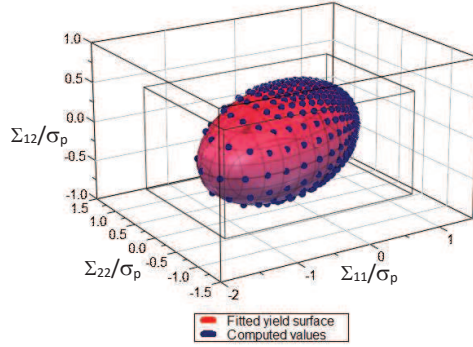
$$\boldsymbol{\Sigma}_Y = \lambda^+ \boldsymbol{\Sigma}_0 \quad (5.4.5)$$

5.5 Ví dụ số

Ví dụ này được phát triển từ ví dụ kéo dọc trục của vật liệu kim loại gia cường cốt sợi, mà đã được thực hiện với nghiên cứu theo hướng thiết kế dẻo cho cấu trúc vi mô [9] để nghiên cứu sự ảnh hưởng bất đẳng hướng lên cường độ vĩ mô của vật liệu đồng nhất tương đương. Ứng xử dẻo của sợi gia cường tuân theo tiêu chuẩn đẳng hướng von Mises, trong đó các vật liệu nền là bất đẳng hướng sử dụng tiêu chuẩn TSai-Wu. Để so sánh số giữa hai vật liệu hữu hiệu tương đồng với vật liệu đã trình trong [9]

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & -3/4 & 0 \\ -3/4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.5.6)$$

Giả thiết rằng mặt tiếp xúc giữa sợi gia cường và vật liệu nền là biên lý tưởng. Trong các mô phỏng số, tỉ lệ thể tích cốt sợi V_f được chọn là 0.2, và cường độ dẻo của cốt sợi được chọn là $\sigma_f = 20\sigma_p$, với σ_p là ứng suất chảy dẻo của vật liệu nền tham khảo. Mặt chảy dẻo của vật liệu hỗn hợp gia cường cốt sợi tròn



Hình 5.1: Miền cường độ hữu hiệu của vật liệu hỗn hợp gia cường cốt sợi tròn.

dưới tác dụng của ba tải trọng độc lập ($\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{12}$) được thể hiện trong hình 5.1, với biên của miền giới hạn được chuẩn hoá bởi ứng suất dẻo của vật liệu nền. Chấm màu xanh thể hiện các giá trị giới hạn của phương pháp của luận văn này, trong khi đó các miền màu đỏ thể hiện mặt dẻo được tối ưu hoá sai số thống kê. Dựa vào miền giới hạn vật liệu vi mô, tiêu chuẩn chảy dẻo hữu hiệu được xác định bằng việc xác định các hệ số hữu hiệu của ma trận vật liệu theo tuân chuẩn dẻo đã biết. Giả thiết rằng mặt chảy dẻo vật liệu vi mô của hỗn hợp gia cường cốt sợi được thể hiện dưới dạng của tiêu chuẩn TSai trong điều kiện ứng suất phẳng

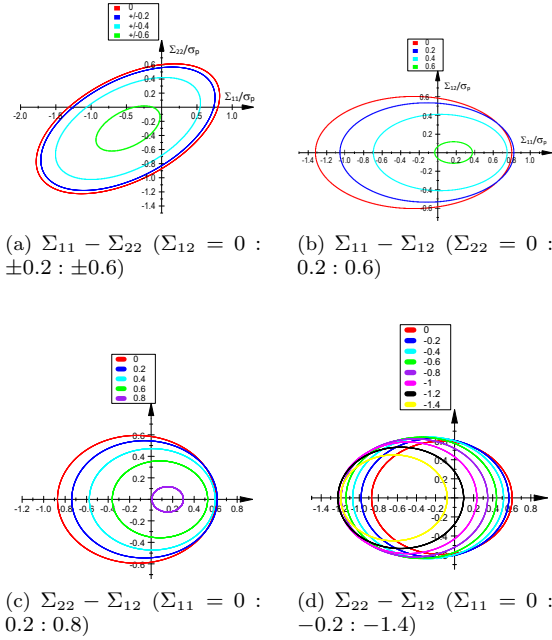
$$\Psi_T = P_1 \Sigma_{11}^2 + P_2 \Sigma_{22}^2 + P_3 \Sigma_{11} \Sigma_{22} + P_4 \Sigma_{12}^2 + Q_1 \Sigma_{11} + Q_2 \Sigma_{22} - 1 = 0 \quad (5.5.7)$$

Với phương pháp bình phương cực tiểu, các hệ số a_i and b_i có thể được ước lượng số, và tiêu chuẩn dẻo hữu hiệu có thể được thể hiện như sau

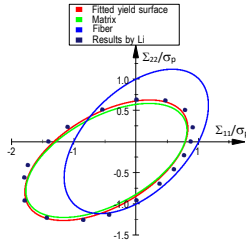
$$\Psi_T = 0.493 \Sigma_{11} + 0.508 \Sigma_{22} + 0.952 \Sigma_{11}^2 + 1.9 \Sigma_{22}^2 - 1.366 \Sigma_{11} \Sigma_{22} + 2.925 \Sigma_{12}^2 - 1 \quad (5.5.8)$$

Hình 5.2 thể hiện mặt dẻo hữu hiệu trong dạng các mặt cắt đồng mức của ứng suất hằng số chuẩn hoá như là $\Sigma_{12} = -0.6 : 0.2 : 0.6$, $\Sigma_{22} = 0 : 0.2 : 0.6$ và $\Sigma_{11} = -1.4 : 0.2 : 0.8$.

Vật liệu hỗn hợp gia cường sợi tròn dưới tác dụng của ứng suất chính ($\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{12} = 0$) được xem xét. Miền tải trọng giới hạn của cấu trúc vi mô hay cường độ hữu hiệu của cấp độ vi mô được thể hiện trong hình 5.3. Biên giới hạn thể hiện sự tương đồng của nghiên cứu với kết quả của Li [9]. Có thể thấy rằng đường cong hiệu chỉnh tương đồng với vật liệu nền (đường màu xanh lá). Điều này có nghĩa cường độ vật liệu vi mô hữu hiệu của hỗn hợp bị ảnh hưởng chính bởi vật liệu yếu hơn như vật liệu nền.



Hình 5.2: Mặt dẻo hữu hiệu cho vật liệu gia cường sợi tròn.

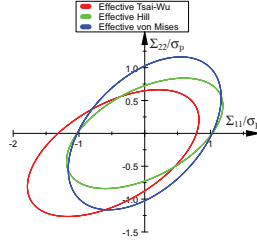


Hình 5.3: Mặt dẻo hữu hiệu của vật liệu gia cường cốt sợi tròn

Để nghiên cứu sự ảnh hưởng của ứng xử dẻo của vật liệu đến tiêu chuẩn dẻo, vật liệu nền theo Hill và tiêu chuẩn von Mises (trường hợp đặc biệt của Hill) được xem xét. Ma trận vật liệu hữu hiệu được thể hiện

$$\mathbf{P}_M = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_H = \begin{bmatrix} 1 & -3/4 & 0 \\ -3/4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.5.9)$$

Mặt dẻo hữu hiệu khi sử dụng hai vật liệu nền khác nhau được tối ưu với kỹ

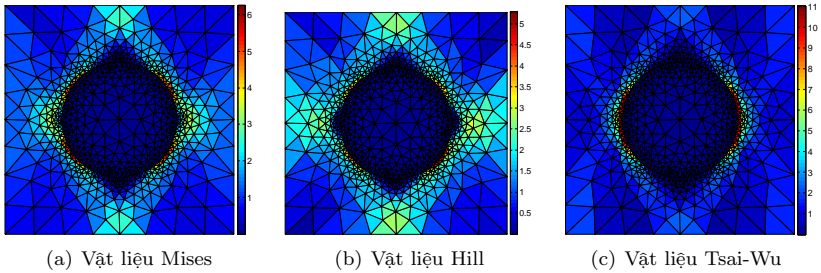


Hình 5.4: Mặt dẻo hữu hiệu khi vật liệu theo các tiêu chuẩn khác nhau.

thuật bình phương cực tiểu

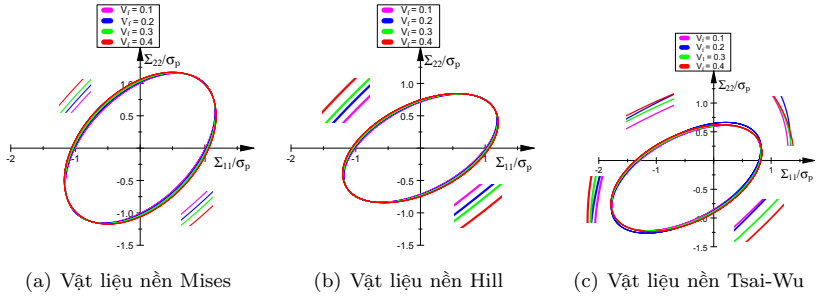
$$\begin{aligned}\Psi_M &= 0.9511 \Sigma_{11}^2 + 0.9512 \Sigma_{22}^2 - 0.8966 \Sigma_{11} \Sigma_{22} + 2.8977 \Sigma_{12}^2 - 1 \\ \Psi_H &= 0.9487 \Sigma_{11}^2 + 1.9008 \Sigma_{22}^2 - 1.3528 \Sigma_{11} \Sigma_{22} + 2.9132 \Sigma_{12}^2 - 1\end{aligned}\quad (5.5.10)$$

Với vật liệu nền theo tiêu chuẩn von Mises, hệ số $P_1 = P_2$ thể hiện tính đẳng hướng của hai phương vật liệu. Bên cạnh đó, vật liệu nền theo tiêu chuẩn Hill, hệ số $a_1 \neq a_2$ thể hiện sự bất đẳng hướng của vật liệu. Ba tiêu chuẩn dẻo hữu hiệu được thể hiện trong mặt phẳng của Σ_{11}/σ_p và Σ_{22}/σ_p như hình 5.4. Cơ cấu phá hoại của vật liệu hỗn hợp gia cường cốt sợi tròn cho các trường hợp vật liệu nền khác nhau được thể hiện trong hình 5.5. Qua đó, phân bố năng lượng tiêu tán tập trung ở vật liệu nền và quanh vùng tiếp xúc của hai pha vật liệu. Ảnh hưởng của thể tích cốt sợi lên mặt dẻo hữu hiệu của ba trường hợp, như



Hình 5.5: Cơ cấu phá hoại của vật liệu hỗn hợp gia cường cốt sợi: tải đơn trục.

là hình 5.6(a) (vật liệu nền von Mises), 5.6(b) (vật liệu nền Hill) và 5.6(c) (vật liệu nền Tsai-Wu). Với vật liệu nền Mises, kích thước của mặt dẻo tăng khi thể tích cốt sợi gia cường tăng, và thể hiện rõ ở hai góc một phần tư $(-\Sigma_{11}, \Sigma_{22})$ và $(\Sigma_{11}, -\Sigma_{22})$. Kết quả mặt dẻo hữu hiệu tương tự cho trường hợp vật liệu nền Hill. Tuy nhiên, ứng xử dẻo của vật liệu theo tiêu chuẩn Tsai có sự khác biệt đối với trường hợp Hill và Mises. Khi thể tích cốt sợi tăng dần, một phần của mặt dẻo hữu hiệu tăng lên và một phần còn lại giảm đi như hình 5.6(c).



Hình 5.6: Ảnh hưởng thể tích cốt sợi lên hàm dẻo hữu hiệu: Mises, Hill và Tsai.

5.6 Kết luận thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Tsai-Wu

Miền cường độ hữu hiệu cho các vật liệu khác nhau (vật liệu gia cường cốt sợi, vật liệu lỗ rỗng tuần hoàn và phân bố ngẫu nhiên lỗ rỗng) đã được trình bày bằng hướng tiếp cận đồng nhất hoá trong bài toán thiết kế dẻo. Cường độ tại điểm vật liệu vĩ mô thu được thông qua bài toán phân tích giới hạn vi mô. Các kết quả đạt được tương đồng với kết quả lý thuyết và thực nghiệm của các tác giả khác. Đối với trường hợp phần tử đại diện tuần hoàn, hàm dẻo hữu hiệu được thể hiện dưới dạng tiêu chuẩn Tsai-Wu là kết quả tối ưu khi thực hiện kỹ thuật bình phương cực tiểu. Đối với trường hợp phần tử đại diện phân bố ngẫu nhiên, tập hợp giá trị ứng suất giới hạn được thống kê. Phương trình của biên trong và biên ngoài của miền phân bố ứng suất giới hạn được xác định bằng kỹ thuật bình phương cực tiểu.

Chương 6

Thảo luận

6.1 Bài toán đa tỉ lệ đàn hồi cho kết cấu tấm phẳng hai chiều

6.1.1 Ưu điểm của phương pháp đa tỉ lệ tấm phẳng đàn hồi

- + Phương pháp đa tỉ lệ cho tấm phẳng đàn hồi có thể xác định nhanh chóng và chính xác các thông số đàn hồi hữu hiệu của kết cấu tấm phẳng hai chiều như qua các ví dụ đã được thực hiện ở chương
- + Phương pháp này có thể xét đến ảnh hưởng hình học của các pha vật liệu cũng như sự phân bố vật liệu trong cấu trúc vi mô.
- + Điều kiện biên tuần hoàn được đánh giá đáp ứng được gần với ứng xử thực tế của vật liệu.

6.1.2 Hạn chế của phương pháp đa tỉ lệ tấm phẳng đàn hồi

- + Phương pháp này cần một hệ nút đối xứng trên hai cạnh đối diện nhau của phần tử đại diện. Điều này gặp khó khăn khi thực hiện các phần mềm chia lưới tự động mà kết cấu bên trong không đối xứng.
- + Phương pháp này đưa ra trực tiếp ma trận đàn hồi hữu hiệu cho kết cấu tấm phẳng. Khi so sánh với các nghiên cứu lý thuyết, cần các công thức để tính toán mô đun đàn hồi kháng trượt hữu hiệu, mô đun đàn hồi khối hữu hiệu, mô đun đàn hồi hữu hiệu E, hệ số nở hông hữu hiệu.
- + Phương pháp cần một kỹ thuật xử lý hình ảnh đối với các hình chụp của các máy quét đối với các mẫu thí nghiệm. Qua đó, một hệ lưới phần tử được xây dựng cho phân tích phần tử hữu hạn. Bên cạnh đó, một yêu cầu quan trọng là phân loại được các pha vật liệu khác nhau và thông số đàn hồi của các pha vật liệu này.
- + Hiện tượng tách lớp giữa các pha vật liệu chưa được kể đến trong nghiên cứu. Trong luận văn này, liên kết giữa các pha vật liệu khác nhau được xem như lý tưởng.
- + Vật liệu vi mô tấm phẳng hai chiều chỉ kể đến sự thay đổi vật liệu trong mặt phẳng tấm mà chưa kể đến được sự thay đổi vật liệu theo chiều dày tấm.

6.2 Bài toán đa tỉ lệ đàn hồi cho kết cấu 3D

6.2.1 Ưu điểm của phương pháp đa tỉ lệ kết cấu 3D

- + Mô tả chân thật sự phân bố các cốt liệu trong không gian ba chiều. Điều này giúp kết quả các thông số đặc trưng đàn hồi hữu hiệu hay ma trận vật liệu đàn hồi đạt được độ chính xác trong tính toán.
- + Phương pháp giúp giảm chi phí tính toán bài toán cấp độ vĩ mô khi chỉ lấy ma trận vật liệu hữu hiệu được trung bình hoá mô hình phần tử đại diện ba chiều đạt được độ phức tạp cần thiết.
- + Thông thường, các thông số mô đun đàn hồi hữu hiệu được xác định thông qua các thí nghiệm thực tế. Tuy nhiên, sự phân bố và sắp xếp trong các mẫu thí nghiệm là không giống nhau nên phải thực hiện rất nhiều mẫu và phải lấy trung bình thống kê. Tuy nhiên, trong quá trình thí nghiệm cũng có nhiều nhân tố ảnh hưởng của môi trường và sai số trong các phép đo. Qua đó, hướng tiếp cận này sẽ giúp giảm chi phí thí nghiệm trong Việc xác định thông số hữu hiệu theo hướng tiếp cận số.

6.2.2 Hạn chế của phương pháp đa tỉ lệ kết cấu 3D

- + Phương pháp cần một công cụ chia lưới hiệu quả nhằm đảm bảo sự chính xác của vị trí, kích thước và hình dạng của các pha vật liệu khác nhau
- + Phương pháp cần một kỹ thuật lưu biến đáp ứng với số lượng biến khổng lồ và thuật giải ma trận nhằm giảm thiểu chi phí tính toán.
- + Phương pháp cần một kỹ thuật lấy thông tin của các pha vật liệu và các thông số của vật liệu từ cấu trúc vi mô mà không phá hoại kết cấu.

6.3 Bài toán đa tỉ lệ đàn hồi cho kết cấu tấm chịu uốn

6.3.1 Ưu điểm của phương pháp đa tỉ lệ kết cấu tấm chịu uốn

- + Phương pháp này đã thêm các điều kiện giảm số bậc tự do so với kết cấu phần tử đại diện ba chiều chịu uốn, nhưng vẫn đảm bảo độ chính xác về theo yêu cầu khi đưa các tính toán về mặt trung bình của tấm.
- + Phương pháp có thể được mở rộng cho các trường hợp tấm dày mindlin, tấm có biến dạng cắt bậc cao, tấm nhiều lớp, tấm vật liệu có cơ lý biến thiên hay vật liệu đa chức năng thông minh khi sử dụng các lý thuyết tấm tương ứng cho kết cấu tấm vi mô. Qua đó, sự thay đổi vật liệu trên bề mặt được trung bình hóa và cả sự thay đổi vật liệu theo chiều dày tấm cũng có thể được khảo sát.

6.3.2 Hạn chế của phương pháp đa tỉ lệ kết cấu tấm chịu uốn

- + Phương pháp cần kết hợp với các lý thuyết về tấm tương ứng để mở rộng khả năng tính toán đến các vật liệu khác nhau.

- + Phương pháp sẽ thực hiện đồng nhất trong mặt phẳng tấm và sự thay đổi vật liệu theo bề dày tấm tùy thuộc vào các lý thuyết tấm khác nhau được áp dụng một cách phù hợp.
- + Phương pháp cần một kỹ thuật lấy thông tin của các lớp vật liệu và các thông số của vật liệu từ cấu trúc vi mô mà không phá hoại kết cấu.

6.4 Bài toán thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Hill

6.4.1 Ưu điểm của thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Hill

- + Hướng tiếp cận số với việc xấp xỉ trường chuyển vị tổng của kết cấu vi mô được thực hiện. Bài toán phân tích giới hạn cho phần tử đại diện vi mô được thêm vào hai ràng buộc là điều kiện biên tuần hoàn và biến dạng từ cấp độ vĩ mô bằng trung bình thể tích của phần tử đại diện.
- + Nghiên cứu đã áp dụng cho trường hợp vật liệu cốt sợi gia cường. Đây là cơ sở cho việc phát triển việc đánh giá cường độ vật liệu phức tạp hơn (bao gồm nhiều pha vật liệu xen kẽ nhau). Với mỗi miền phân bố vật liệu sẽ có một hàm dẻo tương ứng của pha vật liệu đó.
- + Phương pháp phân tích giới hạn là được xây dựng trên nguyên lý Cân bằng năng lượng tiêu tán dẻo và tổng công ngoại lực. Qua đó, giá trị tải trọng giới hạn của kết cấu vi mô hay ứng suất giới hạn của một điểm vật liệu vĩ mô được xác định trực tiếp từ kết quả bài toán tối ưu hóa.

6.4.2 Hạn chế của thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Hill

- + Vật liệu nền tuân theo tiêu chuẩn Hill nhưng cấu trúc của cấp độ vi mô không đối xứng thì tiêu chuẩn dẻo hữu hiệu của vật liệu cần xác định theo tiêu chuẩn Tsai-Wu.
- + Hình dạng của hàm chảy dẻo hữu hiệu hay miền ứng suất giới hạn tại một điểm vật liệu vĩ mô phụ thuộc vào tính chất, hình dạng và sự phân bố của từng pha vật liệu cấu thành. Tuy nhiên để thuận lợi trong việc áp dụng luật chảy dẻo kết hợp và xây dựng năng lượng tiêu tán dẻo chuyển về dạng hàm theo biến biến dạng. Hàm dẻo xấp xỉ cần phải trơn và liên tục. Kỹ thuật bình phương cực tiểu nhằm xác định các hệ số hữu hiệu về dạng tiêu chuẩn dẻo của Hill.

6.5 Bài toán thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Tsai-Wu

6.5.1 Ưu điểm của thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Tsai-Wu

- + Việc áp dụng phương pháp trực tiếp (phân tích giới hạn) vào bài toán vi mô giúp việc xác định nhanh chóng ứng suất giới hạn của một điểm vật liệu vĩ mô. Bên cạnh đó, cơ cấu phá hoại của cấu trúc vi mô được dự đoán theo sự phân bố tập trung của năng lượng tiêu tán dẻo. Đối với vật liệu có lỗ, xu hướng phá hoại thường hình thành các đường thẳng nối các lỗ gần

nhau. Qua đó, cấu kiện có lỗ rỗng phân bố ngẫu nhiên sẽ dễ hình thành cơ cấu phá hoại hơn vật liệu có lỗ tuần hoàn. Do đó, hàm dẻo hữu hiệu của vật liệu có lỗ ngẫu nhiên sẽ nhỏ hơn khi xem xét vật liệu có lỗ đều. Điều này giúp việc dự đoán tải trọng phá hoại của các công trình sẽ đạt gần với thực tế hơn.

- + Điều kiện biên tuần hoàn có thể áp đặt trực tiếp thành ràng buộc các chuyển vị trong bài toán tối ưu hóa.
- + Bài toán tối ưu hóa được chuyển về dạng ràng buộc nón bậc hai và được giải bằng công cụ mosek giúp giảm thời gian tính toán một cách hiệu quả khi so với các phương pháp tối ưu hóa với ràng buộc phi tuyến khác.

6.5.2 Hạn chế của thiết kế dẻo cho vật liệu theo tiêu chuẩn Tsai-Wu

- + Trong nghiên cứu, thiết kế dẻo được xem xét với phần tử đại diện tấm phẳng hai chiều có bề dày không đổi. Vật liệu được xem như là ứng suất phẳng và chưa kể đến sự thay đổi của vật liệu theo bề dày tấm phẳng.
- + Hiện tượng tách lớp chưa được kể đến giữa các pha vật liệu khác nhau.

Chương 7

Kết luận và kiến nghị

7.1 Kết luận

Luận án đã trình bày phương pháp đa tỉ lệ của vật liệu trong miền đàn hồi và ngoài miền đàn hồi. Đối với vật liệu trong miền đàn hồi, ba mẫu phần tử đại diện được xem xét là phần tử đại diện tám phẳng, phần tử đại diện ba chiều và phần tử đại diện tám chịu uốn. Các liên hệ giữa hai tỉ lệ vĩ mô và vi mô trong mỗi phần tử đại diện khác nhau được xây dựng thông qua điều kiện trung bình thể tích phần tử đại diện và điều kiện biên tuần hoàn. Các ví dụ số bao gồm vật liệu cốt sợi, vật liệu nhiều lớp, vật liệu có cơ lý biến thiên theo bề dày, vật liệu có lỗ rỗng hình tròn và vật liệu có lỗ rỗng hình chữ nhật. Qua đó, các thông số đàn hồi hữu hiệu của vật liệu không đồng nhất được xác định bằng kỹ thuật đồng nhất hóa. Các chương trình tính toán được lập trình bằng ngôn ngữ Matlab và kết quả của nó được so sánh tương đồng với các nghiên cứu của các tác giả khác. Đối với vật liệu ngoài miền đàn hồi, miền ứng suất giới hạn hay miền cường độ hữu hiệu của vật liệu không đồng nhất được xác định thông qua bài toán phân tích giới hạn cho kết cấu vi mô tuần hoàn. Bài toán này được xây dựng dưới dạng bài toán tối ưu hóa và mở rộng thêm ràng buộc trung bình biến dạng trên thể tích phần tử đại diện và điều kiện biên tuần hoàn. Kết quả của bài toán tối ưu này là một trường hợp cụ thể ứng suất giới hạn. Tổng hợp các trường hợp này sẽ giúp thu được miền cường độ hữu hiệu của vật liệu không đồng nhất. Phần tử tám phẳng được xem xét trong bài toán này cùng với hai tiêu chuẩn dẻo tổng quát Hill và Tsai-Wu cho vật liệu không đồng nhất và bất đẳng hướng.

7.2 Kiến nghị

7.2.1 Phương pháp đa tỉ lệ cho bài toán đàn hồi

- + Đối với điều kiện tọa độ các nút trên biên phải tuần hoàn. Các phương pháp số không phụ thuộc lưới (như là phần tử không garlekin-EFG, phần tử đẳng hình học IGA, phần tử tỉ lệ biên SBEM,...) có thể áp dụng để cải thiện việc này. Ngoài ra, kỹ thuật tạo lưới voronoi đối xứng được đề xuất bởi hay kỹ thuật áp đặt điều kiện biên tuần hoàn cho hệ lưới bất đối xứng được đề xuất bởi Nguyen [14] hay điều kiện tuần hoàn dạng yếu

bởi Larsson[15] .

- + Nghiên cứu có thể mở rộng cho trường hợp biến dạng lớn. Mối liên hệ giữa biến dạng cấp độ vĩ mô và chuyển vị của cấp độ vi mô mà được thực hiện trong nghiên cứu này là bậc nhất. Điều này phù hợp với giả thiết trong cơ học là vật liệu có biến dạng bé. Để mở rộng nghiên cứu cho vật liệu có biến dạng lớn thì ta có thể thay mối liên hệ này thành bậc hai [16].
- + Nghiên cứu có thể chọn xấp xỉ trường chuyển vị biến thiên như . Qua đó, điều kiện biên tuần hoàn được thay đổi trong ràng buộc trên biên phần tử đại diện. Trung bình biến dạng của trường chuyển vị biến thiên sẽ bằng không để thỏa mãn điều kiện trung bình biến dạng của trường chuyển vị tổng bằng biến dạng hằng số tại một điểm vật liệu cấp độ vĩ mô.
- + Nghiên cứu có thể mở rộng cho phần tử đại diện cho kết cấu vỏ mỏng.
- + Nghiên cứu có thể mở rộng cho bài toán phân tích sự truyền nhiệt.

7.2.2 Phương pháp đa tỉ lệ cho bài toán thiết kế dẻo

- + Hàm tiêu chuẩn dẻo hữu hiệu trong luận văn là hàm trơn liên tục và bậc hai. Điều này chưa phù hợp đối với sự phát triển đa dạng về vật liệu mới ngày nay. Nghiên cứu có thể mở rộng các dạng hàm dẻo khác để đáp ứng được sự phát triển trong ngành công nghệ vật liệu.
- + Bài toán phân tích giới hạn nhằm xác định ứng suất giới hạn của kết cấu vi mô. Trong hướng tiếp cận này, nguyên lý chính là sự cân bằng năng lượng giữa công ngoại lực và năng lượng tiêu tán dẻo (công nội năng) của kết cấu. Do vậy, hướng tiếp cận sẽ xác định trực tiếp trạng thái giới hạn của kết cấu mà không quan tâm đến quá trình phát triển của kết cấu. Một hướng tiếp cận khác mà có thể xác định ứng suất giới hạn của kết cấu vi mô là phương pháp lặp từng bước cho bài toán vi mô. khi đó, vòng lặp được thực hiện trên cả hai cấp độ bài toán vi mô và bài toán vĩ mô.
- + Bài toán có thể mở rộng cho phân tích giới hạn cho kết cấu ba chiều và kết cấu tấm chịu uốn.

Danh mục bài báo

Danh mục các kết quả nghiên cứu trong tạp chí và hội thảo đã được công nhận trong quá trình thực hiện luận văn:

Bài báo tạp chí quốc tế thuộc danh mục ISI

1. **P.H. Nguyen**, C.V. Le. "Yield design homogenization analysis of anisotropic materials with Tsai-Wu matrix". *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019. (đang phản biện)
2. C.V. Le, **P.H. Nguyen**, H. Askes, & C.D. Pham. "A computational homogenization approach for limit analysis of heterogeneous materials". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 112(10), 1381-1401, 2017.

Bài báo tạp chí trong nước

1. **P.H. Nguyen**, C.V. Le, & K.T. Nguyen. "Xác định đặc trưng hữu hiệu của vật liệu đa tinh thể dị hướng bằng phương pháp đồng nhất hóa". *Tạp Chí Khoa Học Công Nghệ Xây Dựng (KHCNXD) - ĐHXD*, 13(4V), 129-138, 2019. [https://doi.org/10.31814/stce.nuce2019-13\(4V\)-12](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2019-13(4V)-12).
2. **P.H. Nguyen**, C.V. Le, & K.T. Nguyen. "Tính toán đồng nhất kết cấu tấm cơ lý biến thiên (FGM) với phần tử đại diện 3D". *Kết cấu và công nghệ xây dựng*, 1859-3194, 2016.

Bài báo hội nghị trong nước

1. **P.H. Nguyen**, C.V. Le, & K.T. Nguyen. "Kỹ thuật đồng nhất hoá kết cấu tấm chịu uốn". *In proceedings of Hội nghị Cơ Học Kỹ Thuật Toàn Quốc 2019*, Hà Nội, 9/4/2019. ISBN 9786049132353. (April 2019).
2. **P.H. Nguyen**, C.V. Le, & K.T. Nguyen. "Xác định miền cường độ của vật liệu không đồng nhất sử dụng lý thuyết phân tích giới hạn và kỹ thuật đồng nhất hóa". *Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X*, Hà Nội, 8-9/12/2017. ISBN 978-604-82-2028-0. (December 2017).
3. **P.H. Nguyen**, C.V. Le, & K.T. Nguyen. "Phương pháp đa tỉ lệ kết cấu tấm với phần tử thể tích đại diện 3D". *Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc*, Đà Nẵng, 03-05/08/2015. (August 2015).

Tài liệu tham khảo

- [1] D. Perić, E. de Souza Neto, R. Feijóo, M. Partovi, and A. Molina, “On micro-to-macro transitions for multi-scale analysis of non-linear heterogeneous materials: unified variational basis and finite element implementation,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 87, no. 1-5, pp. 149–170, 2011.
- [2] J. Fish, N. Fares, and A. Nath, “Micromechanical elastic cracktip stresses in a fibrous composite,” *International journal of fracture*, vol. 60, no. 2, pp. 135–146, 1993.
- [3] S. Ghosh, K. Lee, and S. Moorthy, “Multiple scale analysis of heterogeneous elastic structures using homogenization theory and voronoi cell finite element method,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 32, no. 1, pp. 27–62, 1995.
- [4] G. Lu, G. M. Lu, and Z. Xiao, “Mechanical properties of porous materials,” *Journal of Porous Materials*, vol. 6, no. 4, pp. 359–368, 1999.
- [5] A. Roberts and E. Garboczi, “Elastic properties of model porous ceramics,” *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 83, no. 12, pp. 3041–3048, 2000.
- [6] W. Voigt, “Ueber die beziehung zwischen den beiden elasticitatsconstanten isotroper kopper,” *Annalen der Physik*, vol. 274, no. 12, pp. 573–587, 1889.
- [7] H. Li, Y. Liu, X. Feng, and Z. Cen, “Limit analysis of ductile composites based on homogenization theory,” in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 459, pp. 659–675, The Royal Society, 2003.
- [8] H. Li and H. Yu, “Limit analysis of composite materials based on an ellipsoid yield criterion,” *International journal of plasticity*, vol. 22, no. 10, pp. 1962–1987, 2006.
- [9] H. Li, “Limit analysis of composite materials with anisotropic microstructures: a homogenization approach,” *Mechanics of Materials*, vol. 43, no. 10, pp. 574–585, 2011.
- [10] H. Li, “Microscopic limit analysis of cohesive-frictional composites with non-associated plastic flow,” *European Journal of Mechanics-A Solids*, vol. 37, pp. 281–293, 2013.
- [11] D. Weichert, A. Hachemi, and F. Schwabe, “Shakedown analysis of composites,” *Mech. Res. Commun.*, vol. 26, pp. 309–18, 1999.
- [12] H. Zhang, Y. Liu, and B. Xu, “Plastic limit analysis of ductile composite structures from micro-to macro-mechanical analysis,” *Acta Mechanica Solida Sinica*, vol. 22, no. 1, pp. 73–84, 2009.
- [13] A. Litewka, “Simulation of oriented continuous damage evolution,” *Journal de Mecanique Theorique.*, vol. 3, pp. 675–688, 1984.
- [14] V.-D. Nguyen, E. Béchet, C. Geuzaine, and L. Noels, “Imposing periodic boundary condition on arbitrary meshes by polynomial interpolation,” *Computational Materials Science*, vol. 55, pp. 390–406, 2012.

- [15] F. Larsson, K. Runesson, S. Saroukhani, and R. Vafadari, “Computational homogenization based on a weak format of micro-periodicity for rve-problems,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 200, no. 1-4, pp. 11–26, 2011.
- [16] L. Kaczmarczyk, C. J. Pearce, and N. Bićanić, “Scale transition and enforcement of rve boundary conditions in second-order computational homogenization,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 74, no. 3, pp. 506–522, 2008.